

2017~2018 学年度第一学期期中六校联考

高三数学(理) 试卷

第 I 卷

一、选择题: (本大题共 8 个小题, 每小题 5 分, 共 40 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的)

(1) 已知命题 $p: \exists n \in \mathbb{N}, 2^n > 1000$, 则 $\neg p$ 为 ().

(A) $\exists n \in \mathbb{N}, 2^n < 1000$

(B) $\forall n \in \mathbb{N}, 2^n > 1000$

(C) $\exists n \in \mathbb{N}, 2^n \leq 1000$

(D) $\forall n \in \mathbb{N}, 2^n \leq 1000$

(2) 已知向量 $\vec{a} = (1, 2)$, $\vec{a} - \vec{b} = (4, 5)$, $\vec{c} = (x, 3)$, 若 $(2\vec{a} + \vec{b}) \parallel \vec{c}$, 则 $x =$ ().

(A) -1

(B) -2

(C) -3

(D) -4

(3) 若数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 3$, $a_n + a_{n-1} = 4$ ($n \geq 2$), 则 a_{2017} 的值为 ().

(A) 1

(B) 2

(C) 3

(D) 4

(4) 若点 $P(\cos \alpha, \sin \alpha)$ 在直线 $y = -2x$ 上, 则 $\sin^2 \alpha + \cos(2\alpha + \frac{\pi}{2}) =$ ().

(A) 0

(B) $\frac{2}{5}$

(C) $\frac{6}{5}$

(D) $\frac{8}{5}$

(5) “ $a = 1$ ” 是 “函数 $f(x) = \frac{e^x}{a} - \frac{a}{e^x}$ 是奇函数” 的 ().

(A) 必要不充分条件

(B) 充分不必要条件

(C) 充要条件

(D) 既不充分也不必要条件

(6) 设 $f(x)$ 是定义在实数集 $\mathbb{R}$ 上的函数, 满足条件 $y = f(x+1)$ 是偶函数, 且当 $x \geq 1$ 时,

$f(x) = (\frac{1}{2})^x - 1$, 则 $a = f(\log_3 2)$, $b = f(-\log_{\sqrt{3}} \frac{1}{2})$, $c = f(3)$ 的大小关系是 ().

(A) $a > b > c$

(B) $b > c > a$

(C) $b > a > c$

(D) $c > b > a$

(7) 将函数 $f(x) = \sin(2x + \varphi)$ ($|\varphi| < \frac{\pi}{2}$) 的图象向右平移 θ ($\theta > 0$) 个单位长度后得到函数 $g(x)$

的图象, 若 $f(x)$, $g(x)$ 的图象都经过点 $P(0, \frac{\sqrt{3}}{2})$, 则 θ 的值可以是 ().

(A) $\frac{5\pi}{3}$

(B) $\frac{5\pi}{6}$

(C) $\frac{\pi}{2}$

(D) $\frac{\pi}{6}$



高考
资讯
站
微
信
公
众
号

你 身 边 的 高 考 专 家

政策解读 | 志愿指导

学习方法 | 家庭教育

院校介绍 | 专业分析

(8) 已知函数 $f(x) = \begin{cases} |\log_3 x|, & 0 < x < 3, \\ \sin(\frac{\pi}{6}x), & 3 \leq x \leq 15 \end{cases}$, 若存在实数 x_1, x_2, x_3, x_4 , 满足 $x_1 < x_2 < x_3 < x_4$, 且

$f(x_1) = f(x_2) = f(x_3) = f(x_4)$, 则 $\frac{(x_3 - 3)(x_4 - 3)}{x_1 x_2}$ 的取值范围是 ().

(A) (0, 27)

(B) (0, 45)

(C) (27, 45)

(D) (45, 72)

第 II 卷

二、填空题: (本大题共 6 个小题, 每小题 5 分, 共 30 分. 请将答案填在答题卡上)

(9) 已知集合 $M = \left\{ x \mid y = \frac{1}{\sqrt{-x^2 + 4x - 3}} \right\}$, $N = \{x \mid -2x + 3 < 0\}$, 则集合 $M \cap \complement_{\mathbb{R}} N$ 等于_____.

(10) 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, 若 $a_4 = 4$, $a_3 + a_5 + a_7 = 15$, 则前 10 项和 $S_{10} =$ _____.

(11) 已知 $a > b > 0$, $ab = 1$, 则 $\frac{a^2 + b^2}{a - b}$ 的最小值为_____.

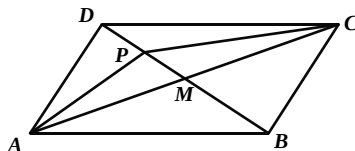
(12) 若函数 $f(x) = x - 2$, $g(x) = ax + 2 (a > 0)$, 对于 $\forall x_1 \in [-1, \frac{1}{2}]$, $\exists x_2 \in [-1, 2]$, 使

$g(x_1) = f(x_2)$, 则 a 的取值范围是_____.

(13) 如图, 平行四边形 $ABCD$ 的两条对角线相交于

点 M , 点 P 是 MD 的中点. 若 $|\overrightarrow{AB}| = 2$, $|\overrightarrow{AD}| = 1$,

且 $\angle BAD = 60^\circ$, 则 $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{CP} =$ _____.



(14) 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbb{R}$, 其图象关于点 $(-1, 0)$ 中心对称, 其导函数为 $f'(x)$, 当 $x < -1$ 时,

$(x+1)[f(x) + (x+1)f'(x)] < 0$, 则不等式 $xf(x-1) > f(0)$ 的解集为_____.

三、解答题: (本大题共 80 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤)

(15) (本小题满分 13 分)

设函数 $f(x) = \sqrt{3} \sin^2 \omega x + \sin \omega x \cos \omega x - \frac{\sqrt{3}}{2} (\omega > 0)$, 且 $y = f(x)$ 图象的一个对称中心到最近的

对称轴的距离为 $\frac{\pi}{4}$.

(I) 求 ω 的值;

(II) 求 $f(x)$ 在区间 $[\frac{\pi}{12}, \frac{\pi}{2}]$ 上的最大值和最小值



高考
资讯
站
微
信
公
众
号

你身边的高考专家

政策解读 | 志愿指导

学习方法 | 家庭教育

院校介绍 | 专业分析

(16) (本小题满分 13 分)

已知 $A(-1, 0)$, $B(0, 2)$, $C(-3, 1)$, $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} = 5$, $|\overrightarrow{AD}|^2 = 10$.

(I) 求 D 点的坐标;

(II) 若 D 点在第二象限, 用 $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AD}$ 表示 $\overrightarrow{AC}$;

(III) 设 $\overrightarrow{AE} = (m, 2)$, 若 $3\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ 与 $\overrightarrow{AE}$ 垂直, 求 $\overrightarrow{AE}$ 的坐标.

(17) (本小题满分 13 分)

在 $\triangle ABC$ 中, 边 a, b, c 的对角分别为 A, B, C , 且 $\cos 2A - 3\cos B \cos C + 3\sin B \sin C = 1$.

(I) 求角 A 的大小;

(II) 若 $a = 3$, $\sin B = 2\sin C$, 求 $S_{\triangle ABC}$.

(18) (本小题满分 13 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 2$, $a_2 = 3$, 其前 n 项和 S_n 满足 $S_{n+1} + S_{n-1} = 2S_n + 1 (n \geq 2, n \in \mathbb{N}^*)$.

(I) 求证: 数列 $\{a_n\}$ 为等差数列, 并求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(II) 设 $b_n = \frac{S_n}{n}$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n ;

(III) 设 $C_n = 4^n - (1 - \lambda)^{n-1} \cdot 2\lambda \cdot a_n$ (λ 为非零整数, $n \in \mathbb{N}^*$), 是否存在 λ 的值, 使得对任意 $n \in \mathbb{N}^*$,

有 $C_{n+1} > C_n$ 恒成立. 若存在求出 λ 的值, 若不存在说明理由.

(19) (本小题满分 14 分)

已知函数 $f(x) = x^3 - x - \sqrt{x}$.

(I) 判断 $\frac{f(x)}{x}$ 的单调性;

(II) 求函数 $y = f(x)$ 的零点的个数;

(III) 令 $g(x) = \frac{ax^2 + ax}{f(x) + \sqrt{x}} + \ln x$, 若函数 $y = g(x)$ 在 $(0, \frac{1}{e})$ 内有极值, 求实数 a 的取值范围.



微
信
公
众
号
高
考
资
讯
站

你 身 边 的 高 考 专 家

政策解读 | 志愿指导

学习方法 | 家庭教育

院校介绍 | 专业分析

(20) (本小题满分 14 分)

设函数 $f(x) = x - \frac{1}{x} - a \ln x$ ($a \in \mathbb{R}$).

(I) 求 $f(x)$ 的单调区间;

(II) 设 $g(x) = f(x) + 2a \ln x$, 且 $g(x)$ 有两个极值点 x_1, x_2 , 其中 $x_1 \in (0, e]$, 求 $g(x_1) - g(x_2)$ 的最小值;

(III) 证明: $\sum_{k=2}^n \ln \frac{k-1}{k+1} > \frac{2-n-n^2}{\sqrt{2n(n+1)}} \quad (n \in \mathbb{N}^*, n \geq 2).$



高考
资讯
站
微
信
公
众
号

你 身 边 的 高 考 专 家

政策解读 | 志愿指导

学习方法 | 家庭教育

院校介绍 | 专业分析

参考答案

一、选择题:

题 号	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
答 案	D	C	C	D	B	C	B	A

二、填空题:

- (9) $(1, \frac{3}{2}]$; (10) 55; (11) $2\sqrt{2}$;
 (12) $0 < a \leq \frac{1}{2}$; (13) $-\frac{25}{16}$; (14) $(-1, 1)$.

三、解答题: (其他正确解法请比照给分)

(15) 解: (I) $f(x) = \sqrt{3} \frac{1 - \cos 2\omega x}{2} + \sin \omega x \cos \omega x - \frac{\sqrt{3}}{2}$

$$= \sin(2x - \frac{\pi}{3}) \quad \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

$$\therefore \text{周期 } T = \pi \quad \therefore \frac{2\pi}{2\omega} = \pi, \omega = 1 \quad \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

(II) 函数 $f(x) = \sin(2x - \frac{\pi}{3})$ 在区间 $[\frac{\pi}{12}, \frac{5\pi}{12}]$ 上是单调递增, 在区间 $[\frac{5\pi}{12}, \frac{\pi}{2}]$ 上是单调递减. \dots\dots\dots 9 \text{ 分}

$\therefore$ 当 $x = \frac{5\pi}{12}$ 时, $f(x)$ 取最大值 1,

$$\text{又 } f(\frac{\pi}{12}) = -\frac{1}{2} < f(\frac{\pi}{2}) = \frac{\sqrt{3}}{2},$$

$\therefore$ 当 $x = \frac{\pi}{12}$ 时, $f(x)$ 取最小值 $-\frac{1}{2}$, \dots\dots\dots 13 \text{ 分}

(16) 解: (I) 设 $D(x, y)$, $\overrightarrow{AB} = (1, 2)$, $\overrightarrow{AD} = (x+1, y)$.

$$\text{由题得 } \begin{cases} \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} = x+1+2y=5, \\ \overrightarrow{AD}^2 = (x+1)^2 + y^2 = 10, \end{cases} \quad \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

$$\text{即 } \begin{cases} x+2y=4, \\ (x+1)^2 + y^2 = 10, \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} x=-2, \\ y=3 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x=2, \\ y=1. \end{cases}$$

$\therefore D$ 点的坐标为 $(-2, 3)$ 或 $(2, 1)$. \dots\dots\dots 5 \text{ 分}

(II) $\because D$ 点在第二象限, $\therefore D(-2, 3)$.

$$\therefore \overrightarrow{AD} = (-1, 3). \quad \because \overrightarrow{AC} = (-2, 1),$$

$$\text{设 } \overrightarrow{AC} = m\overrightarrow{AB} + n\overrightarrow{AD},$$



高考
资讯
站
微
信
公
众
号

你 身 边 的 高 考 专 家

政策解读 | 志愿指导
学习方法 | 家庭教育
院校介绍 | 专业分析

$$\text{则 } (-2, 1) = m(1, 2) + n(-1, 3), \quad \dots\dots\dots 7 \text{ 分}$$

$$\therefore \begin{cases} -2 = m - n, \\ 1 = 2m + 3n, \end{cases} \therefore \begin{cases} m = -1, \\ n = 1, \end{cases}$$

$$\therefore \overrightarrow{AC} = -\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}. \quad \dots\dots\dots 9 \text{ 分}$$

$$(III) \because 3\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 3(1, 2) + (-2, 1) = (1, 7), \quad \overrightarrow{AE} = (m, 2),$$

$$\because 3\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} \text{ 与 } \overrightarrow{AE} \text{ 垂直}, \therefore (3\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) \cdot \overrightarrow{AE} = 0, \quad \dots\dots\dots 11 \text{ 分}$$

$$\therefore m + 14 = 0, \therefore m = -14,$$

$$\therefore \overrightarrow{AE} = (-14, 2). \quad \dots\dots\dots 13 \text{ 分}$$

(17) 解: (I) 由 $\cos 2A - 3\cos B \cos C + 3\sin B \sin C = 1$ 得,

$$2\cos^2 A - 3\cos(B+C) - 2 = 0, \quad \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

$$\because A+B+C = \pi,$$

$$\therefore 2\cos^2 A + 3\cos A - 2 = 0,$$

$$\text{即 } (2\cos A - 1)(\cos A + 2) = 0,$$

$$\text{所以 } \cos A = \frac{1}{2} \text{ 或 } \cos A = -2 \text{ (舍去)} \quad \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

$$\because A \text{ 为三角形内角}, \text{ 所以 } A = \frac{\pi}{3}. \quad \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

$$(II) \because \sin B = 2\sin C, \text{ 由正弦定理, } b = 2c, \quad \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

$$\text{由余弦定理 } 9 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \frac{\pi}{3}, \quad \dots\dots\dots 9 \text{ 分}$$

$$\text{解得 } c = \sqrt{3}, b = 2\sqrt{3}, \quad \dots\dots\dots 11 \text{ 分}$$

$$\therefore \text{面积为 } S = \frac{1}{2}bc \sin A = \frac{3\sqrt{3}}{2} \quad \dots\dots\dots 13 \text{ 分}$$

(18) 解: (I) 由已知得, $S_{n+1} - S_n = S_n - S_{n-1} + 1$,

即 $a_{n+1} = a_n + 1$ ($n \geq 2$), 又 $a_2 - a_1 = 1$ 也满足上式,

$\therefore \{a_n\}$ 为等差数列. \dots\dots\dots 3 分

$\therefore a_1 = 2, \text{ 公差 } d = 1 \therefore a_n = n + 1.$ \dots\dots\dots 4 分



高考
资讯
站
微
信
公
众
号

你 身 边 的 高 考 专 家

政策解读 | 志愿指导

学习方法 | 家庭教育

院校介绍 | 专业分析

(II) 解: 由 (I) 知 $b_n = \frac{1}{2} \cdot (n+3)$,6 分

所以 $T_n = \frac{n \cdot (n+7)}{4}$ 8 分

(III) 解: $\because a_n = n+1, \therefore C_n = 4^n + (-1)^{n-1} \cdot \lambda \cdot 2^{n+1}$,

要使 $C_{n+1} > C_n$ 恒成立,

则 $C_{n+1} - C_n = 4^{n+1} - 4^n + (-1)^n \cdot \lambda \cdot 2^{n+2} - (-1)^{n-1} \cdot \lambda \cdot 2^{n+1} > 0$ 恒成立

$\therefore 3 \cdot 4^n - 3\lambda \cdot (-1)^{n-1} \cdot 2^{n+1} > 0$ 恒成立,

$\therefore (-1)^{n-1} \cdot \lambda < 2^{n-1}$ 恒成立.10 分

(i) 当 n 为奇数时, 即 $\lambda < 2^{n-1}$ 恒成立, 当且仅当 $n=1$ 时,

2^{n-1} 有最小值为 1, $\therefore \lambda < 1$.

.....11 分

(ii) 当 n 为偶数时, 即 $\lambda > -2^{n-1}$ 恒成立, 当且仅当 $n=2$ 时,

-2^{n-1} 有最大值 -2, $\therefore \lambda > -2$12 分

即 $-2 < \lambda < 1$, 又 λ 为非零整数, 则 $\lambda = -1$

综上所述, 存在 $\lambda = -1$, 使得对任意 $n \in \mathbb{N}^*$, 都有 $C_{n+1} > C_n$ 13 分

(19) 解: (I) 设 $h(x) = \frac{f(x)}{x} = x^2 - 1 - \frac{1}{\sqrt{x}}$, 其中 $x > 0$,

$h'(x) = 2x + \frac{1}{2\sqrt{x^3}} > 0$, $\therefore h(x)$ 在区间 $(0, +\infty)$ 单调递增.3 分

(II) $\because h(1) = -1 < 0, h(2) = 3 - \frac{1}{\sqrt{2}} > 0$, 又 $h(x)$ 在区间 $(0, +\infty)$ 单调递增,

故 $h(x)$ 在 $(1, 2)$ 内有唯一的零点.

又 $f(x) = x^3 - x - \sqrt{x} = xh(x)$, 显然 $x=0$ 为 $f(x)$ 的一个零点,

因此 $y=f(x)$ 在 $[0, +\infty)$ 有且仅有两个零点.7 分

(III) $g(x) = \frac{ax^2 + ax}{x^3 - x} + \ln x = \frac{ax(x+1)}{x(x+1)(x-1)} + \ln x = \frac{a}{x-1} + \ln x$,



高考
资讯
站
微
信
公
众
号

你身边的高考专家

政策解读 | 志愿指导

学习方法 | 家庭教育

院校介绍 | 专业分析

$$g(x) = \frac{1}{x} - \frac{a}{(x-1)^2} = \frac{x^2 - 2x + 1 - ax}{x(x-1)^2} = \frac{x^2 - (2+a)x + 1}{x(x-1)^2} \quad \dots\dots\dots 9 \text{ 分}$$

设 $(x) = x^2 - (2+a)x + 1$,

则 $(x)=0$ 有两个不同的根 x_1, x_2 , 且一根在 $(0, \frac{1}{e})$ 内,

不妨设 $0 < x_1 < \frac{1}{e}$, 由于 $x_1 \cdot x_2 = 1$, 所以, $x_2 > e$, \dots\dots\dots 11 \text{ 分}

由于 $(0)=1$, 则只需 $(\frac{1}{e}) < 0$, 即 $\frac{1}{e^2} - (2+a)\frac{1}{e} + 1 < 0$, \dots\dots\dots 13 \text{ 分}

解得 $a > e + \frac{1}{e} - 2$. \dots\dots\dots 14 \text{ 分}

(20) 解: (I) $f(x)$ 的定义域为 $(0, +\infty)$, $f'(x) = 1 + \frac{1}{x^2} - \frac{a}{x} = \frac{x^2 - ax + 1}{x^2}$. \dots\dots\dots 1 \text{ 分}

① $a \leq 0$ 时, $f'(x) \geq 0$ 恒成立, $f(x)$ 在定义域 $(0, +\infty)$ 上单调递增; \dots\dots\dots 2 \text{ 分}

② 当 $a > 0$ 时, 令 $f'(x) = 0$ 得 $x^2 - ax + 1 = 0$,

(i) 当 $\Delta = a^2 - 4 \leq 0$, 即 $0 < a \leq 2$ 时, $f'(x) \geq 0$ 恒成立,

所以 $f(x)$ 在定义域 $(0, +\infty)$ 上单调递增; \dots\dots\dots 3 \text{ 分}

(ii) 当 $\Delta = a^2 - 4 > 0$, 即 $a > 2$ 时, 解 $x^2 - ax + 1 = 0$ 得两根为

$$x = \frac{a - \sqrt{a^2 - 4}}{2} \text{ 或 } x = \frac{a + \sqrt{a^2 - 4}}{2}.$$

当 $x \in (0, \frac{a - \sqrt{a^2 - 4}}{2})$ 时, $f'(x) > 0$, $f(x)$ 单调递增;

当 $x \in (\frac{a - \sqrt{a^2 - 4}}{2}, \frac{a + \sqrt{a^2 - 4}}{2})$ 时, $f'(x) < 0$, $f(x)$ 单调递减;

当 $x \in (\frac{a + \sqrt{a^2 - 4}}{2}, +\infty)$ 时, $f'(x) > 0$, $f(x)$ 单调递增.

综上, 当 $a \leq 2$ 时, $f(x)$ 的单调递增区间为 $(0, +\infty)$, 无单调递减区间;

当 $a > 2$ 时, $f(x)$ 的单调递增区间为 $(0, \frac{a - \sqrt{a^2 - 4}}{2})$, $(\frac{a + \sqrt{a^2 - 4}}{2}, +\infty)$, 单调

递减区间为 $(\frac{a - \sqrt{a^2 - 4}}{2}, \frac{a + \sqrt{a^2 - 4}}{2})$. \dots\dots\dots 5 \text{ 分}



高考
资讯
站
微
信
公
众
号

你 身 边 的 高 考 专 家

政策解读 | 志愿指导

学习方法 | 家庭教育

院校介绍 | 专业分析

$$(II) \quad g(x) = x - \frac{1}{x} + a \ln x, \text{ 定义域为 } (0, +\infty), \quad g'(x) = 1 + \frac{1}{x^2} + \frac{a}{x} = \frac{x^2 + ax + 1}{x^2}.$$

令 $g'(x) = 0$ 得 $x^2 + ax + 1 = 0$, 其两根为 x_1, x_2 ,

$$\text{且 } \begin{cases} x_1 + x_2 = -a, \\ x_1 x_2 = 1, \end{cases} \text{ 所以 } x_2 = \frac{1}{x_1}, \quad a = -(x_1 + \frac{1}{x_1}), \quad \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

$$\text{所以 } g(x_1) - g(x_2) = g(x_1) - g(\frac{1}{x_1}) = x_1 - \frac{1}{x_1} + a \ln x_1 - (\frac{1}{x_1} - x_1 + a \ln \frac{1}{x_1})$$

$$= 2(x_1 - \frac{1}{x_1}) + 2a \ln x_1 = 2(x_1 - \frac{1}{x_1}) - 2(x_1 + \frac{1}{x_1}) \ln x_1.$$

$$\text{设 } h(x) = 2(x - \frac{1}{x}) - 2(x + \frac{1}{x}) \ln x, \quad x \in (0, e], \quad \dots\dots\dots 7 \text{ 分}$$

$$\text{则 } (g(x_1) - g(x_2))_{\min} = h(x)_{\min},$$

$$\text{因为 } h(x) = 2(1 + \frac{1}{x^2}) - 2[(1 - \frac{1}{x^2}) \ln x + (x + \frac{1}{x}) \frac{1}{x}] = \frac{2(1+x)(1-x) \ln x}{x^2}.$$

当 $x \in (0, 1]$ 时, 恒有 $h(x) \leq 0$, 当 $x \in (1, e]$ 时, 恒有 $h(x) < 0$,

总之, $x \in (0, e]$ 时, 恒有 $h(x) \leq 0$, 所以 $h(x)$ 在 $(0, e]$ 上单调递减,

$$\text{所以 } h(x)_{\min} = h(e) = -\frac{4}{e}, \text{ 所以 } (g(x_1) - g(x_2))_{\min} = -\frac{4}{e}. \quad \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

$$(III) \quad \because \sum_{k=2}^n \ln \frac{k-1}{k+1} = \ln \frac{1 \times 2 \times 3 \times \dots \times (n-1)}{3 \times 4 \times 5 \times \dots \times (n+1)} = \ln \frac{2}{n(n+1)}, \quad \dots\dots\dots 11 \text{ 分}$$

$$\therefore \sum_{k=1}^n \ln \frac{k-1}{k+1} > \frac{2-n-n^2}{\sqrt{2n(n+1)}} \Leftrightarrow \ln \frac{2}{n(n+1)} > \frac{2-n-n^2}{\sqrt{2n(n+1)}}$$

$$\Leftrightarrow \ln \frac{n(n+1)}{2} < \frac{n^2+n-2}{\sqrt{2n(n+1)}}, \quad \dots\dots\dots 12 \text{ 分}$$

$$\text{令 } x = \sqrt{\frac{n(n+1)}{2}} > 1,$$

$$\text{则 } \ln \frac{n(n+1)}{2} < \frac{n^2+n-2}{\sqrt{2n(n+1)}} \Leftrightarrow \ln x^2 < \frac{x^2-1}{x} \Leftrightarrow x - \frac{1}{x} - 2 \ln x > 0.$$

由 (I) 知, $a=2$ 时, $f(x) = x - \frac{1}{x} - 2 \ln x$ 在 $(1, +\infty)$ 上单调递增,

所以 $f(x) > f(1) = 0$,



高考
资讯
站
微
信
公
众
号

你身边的高考专家

政策解读 | 志愿指导

学习方法 | 家庭教育

院校介绍 | 专业分析

所以 $\sum_{k=2}^n \ln \frac{k-1}{k+1} > \frac{2-n-n^2}{\sqrt{2n(n+1)}}.$ 14 分



高考
资讯
站
微
信
公
众
号

你 身 边 的 高 考 专 家

政策解读 | 志愿指导

学习方法 | 家庭教育

院校介绍 | 专业分析