

考试时间: 120 分钟; 命题人: 张红东 审题: 陈虎

## 一、单选题 (共 12 小题, 每题 5 分, 共计 60 分)

1. 下列与  $\frac{9\pi}{4}$  的终边相同的角的表达式中正确的是 ( )

A.  $2k\pi + 45^\circ (k \in \mathbb{Z})$  B.  $k \cdot 360^\circ + \frac{9}{4}\pi (k \in \mathbb{Z})$

C.  $k \cdot 360^\circ - 315^\circ (k \in \mathbb{Z})$  D.  $k\pi + \frac{5\pi}{4} (k \in \mathbb{Z})$

2.  $\cos(-\frac{20\pi}{3}) =$  ( )

A.  $\frac{1}{2}$  B.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  C.  $-\frac{1}{2}$  D.  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

3. 已知  $\tan \alpha > 0$ , 且  $\sin \alpha + \cos \alpha < 0$ , 则 ( )

A.  $\cos \alpha > 0$  B.  $\cos \alpha < 0$  C.  $\cos \alpha = 0$  D.  $\cos \alpha$  符号不确定

4. 函数  $y = 2\sin x - 1$  的值域是 ( )

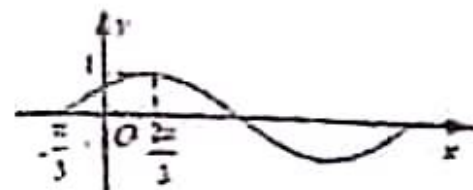
A.  $[-1, 1]$  B.  $[-2, 2]$  C.  $[-3, 1]$  D.  $[1, 3]$

5. 角  $\alpha$  终边经过点  $P(-8m, -6\cos 60^\circ)$ , 且  $\cos \alpha = -\frac{4}{5}$ , 则  $m$  值 ( )

A.  $\frac{1}{2}$  B.  $-\frac{1}{2}$  C.  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$  D.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

6. 要得到函数  $y = \sin(2x - \frac{\pi}{3})$  的图象, 只需将函数  $y = \sin 2x$  的图象 ( )

A. 向右平移  $\frac{\pi}{3}$  B. 向右平移  $\frac{\pi}{6}$  C. 向左平移  $\frac{\pi}{3}$  D. 向左平移  $\frac{\pi}{6}$

7. 将函数  $y = \sin x$  图像向左平移  $\frac{\pi}{2}$  个单位, 得到函数  $y = f(x)$  图像, 则下列说法正确的是 ( )A.  $y = f(x)$  是奇函数B.  $y = f(x)$  的周期为  $\pi$ C.  $y = f(x)$  图像关于  $x = \frac{\pi}{2}$  对称D.  $y = f(x)$  的图像关于点  $(-\frac{\pi}{2}, 0)$  对称8. 若函数  $f(x) = \sin(\omega x + \phi)$  的部分图像如图所示, 则  $\omega$  和  $\phi$  的取值可以为 ( )

A.  $\omega = 1, \phi = \frac{\pi}{3}$  B.  $\omega = 1, \phi = -\frac{\pi}{3}$

C.  $\omega = \frac{1}{2}, \phi = \frac{\pi}{6}$  D.  $\omega = \frac{1}{2}, \phi = -\frac{\pi}{6}$

9. 函数  $y = 2\sin x$  的图像经由下列变换可以得到函数  $y = 2\sin(2x + \frac{\pi}{3})$  的图像的是 ( )A. 先将图像向左平移  $\frac{\pi}{3}$ , 再将图像上每一点的横坐标变为原来的一半B. 先将图像上每一点横坐标变为原来的一半, 再将图像向左平移  $\frac{\pi}{3}$ C. 先将图像向左平移  $\frac{\pi}{3}$ , 再将图像上每一点的横坐标变为原来的 2 倍D. 先将图像上每一点的横坐标变为原来的 2 倍, 再将图像向左平移  $\frac{\pi}{3}$ 

10. 下列关系式中正确的是 ( )

A.  $\sin 11^\circ < \cos 10^\circ < \sin 168^\circ$  B.  $\sin 168^\circ < \sin 11^\circ < \cos 10^\circ$

C.  $\sin 11^\circ < \sin 168^\circ < \cos 10^\circ$  D.  $\sin 168^\circ < \cos 10^\circ < \sin 11^\circ$

11. 若点  $P(\sin \alpha - \cos \alpha, \tan \alpha)$  在第一象限, 则在  $[0, 2\pi)$  内  $\alpha$  的取值范围是 ( )

A.  $(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4}) \cup (\pi, \frac{5\pi}{4})$

B.  $(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}) \cup (\pi, \frac{5\pi}{4})$

C.  $(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4}) \cup (\frac{5\pi}{4}, \frac{3\pi}{2})$

D.  $(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4}) \cup (\frac{3\pi}{4}, \pi)$

12. 设  $y = f(t)$  是某港口水的深度  $y$  (米) 关于时间  $t$  (时) 的函数, 其中  $0 \leq t \leq 24$ . 下表是该港口某一天从 0 时至 24 时记录的时间  $t$  与水深  $y$  的关系:

| $t$ | 0  | 3    | 6    | 9   | 12   | 15   | 18   | 21  | 24   |
|-----|----|------|------|-----|------|------|------|-----|------|
| $y$ | 12 | 15.1 | 12.1 | 9.1 | 11.9 | 14.9 | 11.9 | 8.9 | 12.1 |

经观察,  $y = f(t)$  可以近似看成  $y = K + A\sin(\omega t + \phi)$  的图像, 下面的函数中最能近似地

表示表中数据对应关系的函数是 ( )

(A)  $y = 12 + 3 \sin \frac{\pi}{6} t, t \in [0, 24]$

(B)  $y = 12 + 3 \sin(\frac{\pi}{6} t + \pi), t \in [0, 24]$

(C)  $y = 12 + 3 \sin \frac{\pi}{12} t, t \in [0, 24]$

(D)  $y = 12 + 3 \sin(\frac{\pi}{12} t + \frac{\pi}{2}), t \in [0, 24]$

二、填空题 (共 4 小题, 每题 5 分, 共计 20 分)

13. 函数  $y = \frac{\sin x}{|\sin x|} + \frac{|\cos x|}{\cos x} + \frac{\tan x}{|\tan x|}$  的值域是 \_\_\_\_\_

14. 若函数  $f(x) = 2 \sin(\omega x + \varphi), x \in \mathbb{R}$  (其中  $\omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$ ) 的最小正周期是  $\pi$ ,

且  $f(0) = \sqrt{3}$ , 则  $\omega =$  \_\_\_\_\_;  $\varphi =$  \_\_\_\_\_.

15. 若  $\sin(\frac{\pi}{6} + \alpha) = \frac{3}{5}$ , 则  $\cos(\frac{\pi}{3} - \alpha) =$  \_\_\_\_\_.

16. 函数  $y = \cos^2 x + 2$  的最小值为 \_\_\_\_\_

三、解答题 (共 6 题, 17 题 10 分, 其余每题 12 分, 共计 70 分)

17. (10 分) 已知角  $\alpha$  的终边上一点  $P(3a, -4a)$ ,

(1) 当  $a = 1$  时, 求  $\sin \alpha, \cos \alpha, \tan \alpha$  的值;

(2) 当  $a \neq 0$  时, 求  $\sin \alpha, \cos \alpha, \tan \alpha$  的值

18. (1) 一扇形周长为 10cm, 面积为  $4\text{cm}^2$ , 求扇形圆心角弧度数. (4 分)

(2) 已知一扇形圆心角是  $72^\circ$ , 半径等于 20cm, 求扇形的面积. (3 分)

(3) 已知一扇形的周长为 40cm, 求它的半径和圆心角取什么值时, 面积最大? 最大面积是多少? (5 分)

19. (12 分) 设  $f(\alpha) = \frac{2 \sin(\pi + \alpha) \cos(\pi - \alpha) - \cos(\pi + \alpha)}{1 + \sin^2 \alpha + \cos^2 \frac{3\pi}{2} + \alpha - \sin^2 \frac{\pi}{2} + \alpha}$ , ( $1 + 2 \sin \alpha \neq 0$ )

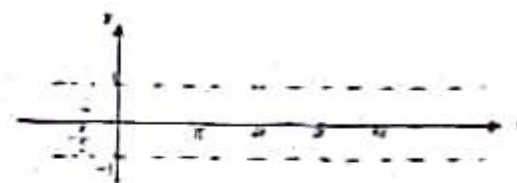
(1) 化简  $f(\alpha)$ ; (2) 求  $f(-\frac{23\pi}{6})$  的值

20. (12 分) (1) 利用“五点法”画出函数  $y = \sin(\frac{1}{2}x + \frac{\pi}{6})$  在长度为 1 个周期的闭区间的简图

列表:

|                                |  |  |  |  |  |
|--------------------------------|--|--|--|--|--|
| $\frac{1}{2}x + \frac{\pi}{6}$ |  |  |  |  |  |
| $x$                            |  |  |  |  |  |
| $y$                            |  |  |  |  |  |

作图:



(2) 说明该函数图象可由  $y = \sin x (x \in \mathbb{R})$  的图象经过怎样变换得到.

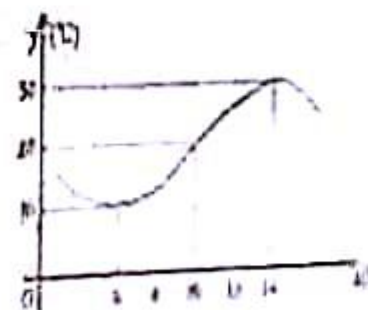
21. (12 分) 已知函数  $f(x) = A \sin(ax + \varphi) (x \in \mathbb{R}, A > 0, \omega > 0, 0 < \varphi < \frac{\pi}{2})$  的图象与  $x$  轴

的交点中, 相邻两个交点之间的距离为  $\frac{\pi}{2}$ , 且图象上一个最高点  $M(\frac{\pi}{6}, 2)$

(1) 求  $f(x)$  的解析式; (2) 求  $f(x)$  的单调区间.

22. (12 分) 如图: 某地一天从 6 时到 14 时的温度变化曲线近似满足函数  $y = A \sin(\omega x + \varphi) + b$

( $A > 0, \omega > 0, |\varphi| < \pi$ )



(1) 求这段时间的最大温差.

(2) 写出这段曲线的函数解析式.