

永春三中 2018 年高一年第二学期期末综合能力测试  
数学试卷

考试时间：120 分钟 试卷总分：150 分

目标得分：□70 □80 □90 □100 □110 □120 □130 □140 □满分 (请在相应的目标得分框打“√”)

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求。

1、(原创)计算： $\sin 15^\circ =$  A.  $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$  B.  $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$  C.  $\frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$  D.  $2-\sqrt{3}$

2、(原创)对于  $f(x)=\cos 2x$ ，其最小正周期为 A.  $\frac{\pi}{4}$  B.  $\frac{\pi}{2}$  C.  $\pi$  D.  $2\pi$

3、(原创)若  $\sin \theta + \cos \theta = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ，则  $\tan \theta =$  A.  $-2 - \sqrt{3}$  B.  $-2 + \sqrt{3}$  C.  $2 - \sqrt{3}$  D.  $2 + \sqrt{3}$

4、(原创)若  $f(\sin x) = 3 - \cos 2x$ ，则使  $f(\cos x) = 3.5$  成立的  $x$  值为 A.  $\frac{\pi}{2}$  B.  $\frac{\pi}{3}$  C.  $\frac{\pi}{4}$  D.  $\frac{\pi}{6}$

5、(原创)  $a=(3,4), b=(2,1)$ ，则  $a$  在  $b$  方向上的投影为 A. 2 B. 5 C.  $\sqrt{5}$  D.  $2\sqrt{5}$

6、(原创) 从 1~7 这 7 个数字中任选两个数，其中与“至少有一个数是奇数”事件互为对立事件的是

A. 恰好有一个偶数 B. 两个数都是偶数 C. 一个奇数一个偶数 D. 至少有一个数是偶数

7、设方程  $3^x = |g(-x)|$  的两个根为  $x_1, x_2$ ，则 A.  $x_1 x_2 < 0$  B.  $x_1 x_2 = 1$  C.  $x_1 x_2 > 1$  D.  $0 < x_1 x_2 < 1$

8、(原创) 在  $\triangle ABC$  中， $A = \frac{\pi}{6}$ ， $BC = 2$ ， $O$  为  $\triangle ABC$  的外心，则  $AO =$

A.  $\sqrt{3}$  B. 2 C. 3 D.  $2\sqrt{3}$

9、执行如图所示的程序框图，若输出的值在集合  $\{y | 0 \leq y \leq 1\}$  中，则输入的实数  $x$  的取值集合是

A.  $[-1, 10]$  B.  $[1, 10]$  C.  $[-1, 0) \cup [1, 10]$  D.  $[-1, 0] \cup [1, 10]$

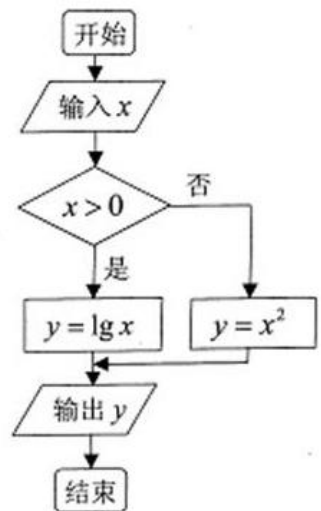
10、已知  $\triangle ABC$  为等腰三角形， $\angle B = 90^\circ$ ，在  $\triangle ABC$  内随机取一点  $P$ ，则  $\triangle BCP$  为钝角三角形的概率为

A.  $\frac{1}{2}$  B.  $\frac{\pi+2}{8}$  C.  $\frac{\pi-1}{4}$  D.  $\frac{\pi}{4}$

11、(原创) 已知  $(\frac{\pi}{6}, 0)$  为  $f(x) = \sin(-2x + \varphi)$  ( $|\varphi| < \frac{\pi}{2}$ ) 的一个对称中心，

则  $f(x)$  的对称轴可能为 A.  $x = \frac{\pi}{2}$  B.  $x = \frac{2\pi}{3}$  C.  $x = -\frac{\pi}{3}$  D.  $x = -\frac{\pi}{12}$

12、将射线  $y = \frac{5}{12}x (x \geq 0)$  按逆时针方向旋转到射线  $y = -\frac{4}{3}x (x \leq 0)$  的位置所成的角为  $\theta$ ，则  $\cos \theta =$



- A.  $\pm \frac{16}{65}$       B.  $-\frac{16}{65}$       C.  $\pm \frac{56}{65}$       D.  $-\frac{56}{65}$

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13、已知向量  $\vec{a} \perp (\vec{a} - \vec{b})$ ， $|\vec{b}| = 2|\vec{a}|$ ，则  $\vec{a}$  与  $\vec{b}$  的夹角为\_\_\_\_\_。

14、已知  $\alpha \in (0, \pi)$ ， $\tan \alpha = 2$ ，则  $\cos 2\alpha + \cos \alpha =$ \_\_\_\_\_。

15、从 2, 4, 6, 8, 10 这五个数中一次随机地取两个数，则其中一个数是另一个数的两倍的概率是\_\_\_\_\_。

16、给出以下三个结论：①函数  $y = \sin x$  与  $y = \log_{\pi} x$  的图象只有一个交点；②函数  $y = \sin x$  与  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$  的图象有无数个交点；③函数  $y = \sin x$  与  $y = x$  的图象有三个交点，其中所有正确结论的序号为\_\_\_\_\_。

三、解答题：本大题共 6 小题，共 70 分，解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

17、已知角  $\alpha, \beta$  的顶点均为坐标原点、始边均为  $x$  轴的非负半轴，若  $\alpha, \beta$  的终边分别与单位圆相交于  $A, B$  两点，且  $\tan\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) = -2$ 。求  $\tan \alpha$  的值，并确定点  $A$  所在的象限。

18、某公司为研究某产品的广告投入与销售收入之间的关系，对近五个月的广告投入  $x$ （万元）与销售收入  $y$ （万元）进行了统计，得到相应数据如下表：

x（万元）	9	10	8	11	12
y（万元）	21	23	21	20	25

- (1) 求  $y$  关于  $x$  的线性回归方程  $\hat{y} = \hat{b}x + \hat{a}$ ；  
 (2) 预测当广告投入为 15 万元时的销售收入。

19、给出以下四个式子：

①  $\sin^2 8^\circ + \cos^2 22^\circ - \sin 8^\circ \cos 22^\circ$  ; ②  $\sin^2 15^\circ + \cos^2 15^\circ - \sin 15^\circ \cos 15^\circ$  ;

③  $\sin^2 16^\circ + \cos^2 14^\circ - \sin 16^\circ \cos 14^\circ$  ; ④  $\sin^2 (-5)^\circ + \cos^2 35^\circ - \sin (-5)^\circ \cos 35^\circ$  .

- (1) 已知所给各式都等于同一个常数，试从上述四个式子中任选一个，求出这个常数；  
 (2) 分析以上各式的共同特点，写出能反应一般规律的等式，并对等式正确性作出证明.

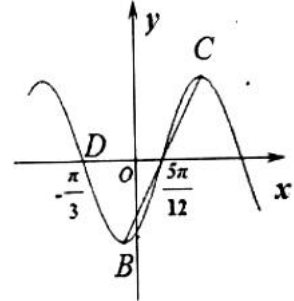
20、已知平面向量  $\vec{a} = (3, 2)$  ,  $\vec{b} = (-1, 2)$  ,  $\vec{c} = (4, 1)$  .

(1) 求  $|2\vec{a} - \vec{c}|$  ;

(2) 若  $(\vec{a} + k\vec{c}) \perp (2\vec{b} - \vec{a})$  , 求实数  $k$  的值.

21、已知函数  $f(x) = A \sin(\omega x + \varphi)$  ( $A > 0, \omega > 0, -\frac{\pi}{2} < \varphi < \frac{\pi}{2}$ ) 的部分图象如图所示,  $B, C$  分别是图象

的最低点和最高点,  $|BC| = \sqrt{\frac{\pi^2}{4} + 4}$ .



(1) 求函数  $f(x)$  的解析式;

(2) 将函数  $y = f(x)$  的图象向左平移  $\frac{\pi}{3}$  个单位长度, 再把所得图象上

各点横坐标伸长到原来的 2 倍 (纵坐标不变), 得到函数  $y = g(x)$  的图象, 求函数  $y = g(x)$  的解析式.

22、(改编) 已知函数  $f(x) = 2x^2 - 3x + 1$ ,  $g(x) = k \sin(x - \frac{\pi}{6})$ , ( $k \neq 0$ )

(1) 问  $a$  取何值时, 方程  $f(\sin x) = a - \sin x$  在  $[0, 2\pi)$  上有两解;

(2) 若对任意的  $x_1 \in [0, 3]$ , 总存在  $x_2 \in [0, 3]$ , 使  $f(x_1) = g(x_2)$  成立, 求实数  $k$  的取值范围?

(草稿纸)