明德中学2019年下学期高二入学考试数学试卷

时量：120分钟　满分：150分　命题：高二数学备课组

一、选择题（本大题12小题，每小题5分，共60分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1. 若集合 $A=\{x\,|\,x^2-3x\leqslant 0\}$，$B=\{x\,|\,3^x>1\}$，则 $A\cap B=$（　　）

A. $[0,3]$　　B. $(0,3]$　　C. $(1,3]$　　D. $[1,3]$

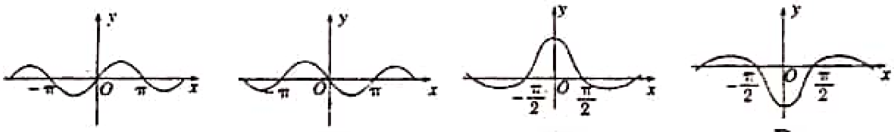
2. 某工厂在8月份共生产了3600双皮靴，在出厂前要检查这批产品的质量，决定采用分层抽样的方法进行抽取，若从一、二、三车间抽取的产品数分别为 a，b，c，且 a，b，c 构成等差数列，则第二车间生产的产品数量为（　　）

A. 600　　B. 800　　C. 1000　　D. 1200

3. 若直线 $(2a+5)x+(a-2)y+4=0$ 与 $(2-a)x+(a-3)y-1=0$ 互相垂直，则 a 等于（　　）

A. -3　　B. 1　　C. 2或-8　　D. 0或$\dfrac{-3}{2}$

4. 函数 $f(x)=\dfrac{\sin x}{x^2+1}$ 的图象大致为（　　）



A.　　B.　　C.　　D.

5. 已知 $\dfrac{\pi}{2}<\beta<\alpha<\dfrac{3\pi}{4}$，若 $\cos(\alpha-\beta)=\dfrac{12}{13}$，$\sin(\alpha+\beta)=-\dfrac{3}{5}$，则 $\sin 2\beta=$

A. $\dfrac{1}{3}$　　B. $-\dfrac{1}{3}$　　C. $\dfrac{56}{65}$　　D. $-\dfrac{16}{65}$

6. 三棱锥 $A-BCD$ 的所有棱长都相等，M,N 分别是棱 AD,BC 的中点，则异面直线 BM 与 AN 所成角的余弦值为（　　）

A. $\dfrac{2}{3}$　　B. $\dfrac{1}{2}$　　C. $\dfrac{1}{3}$　　D. $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

7. 设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，首项 $a_1>0$，公差 $d<0$，$a_{10}\cdot S_{21}<0$，则 S_n 最大时，n 的值为（　　）

A. 11　　B. 10　　C. 9　　D. 8

8. 在 $\triangle ABC$ 中，$\overline{AD}=\dfrac{1}{3}\overline{AC}$，$\overline{BP}=\dfrac{2}{3}\overline{BD}$，若 $\overline{AP}=\lambda\overline{AB}+\mu\overline{AC}$，则 $\lambda+\mu=$（　　）

A. $\dfrac{2}{9}$　　*B.* $\dfrac{2}{3}$　　*C.* $\dfrac{5}{9}$　　*D.* $\dfrac{3}{7}$

9. 函数 $f(x)=\cos 2x\left(x\in[-\pi,2\pi]\right)$ 的图象与函数 $g(x)=\sin x$ 的图象的交点横坐标

的和为（　　）

A．2π　　B．$\dfrac{5\pi}{3}$　　C．$\dfrac{7\pi}{6}$　　D．π

10．已知$a>0,b>0$且$\dfrac{2}{a}+\dfrac{1}{b}=2$,则$3a+b$的最小值为（　　）

A．12　　B．$\dfrac{7+2\sqrt{6}}{2}$　　C．15　　D．$10+2\sqrt{3}$

11．若数列$\{a_n\}$对任意$n\geq 2(n\in N)$满足$(a_n-a_{n-1}-2)(a_n-2a_{n-1})=0$，下面给出关于数列$\{a_n\}$的四个命题：①$\{a_n\}$可以是等差数列，②$\{a_n\}$可以是等比数列；③$\{a_n\}$可以既是等差又是等比数列；④$\{a_n\}$可以既不是等差又不是等比数列；则上述命题中，正确的个数为（　　）

A．1个　　B．2个　　C．3个　　D．4个

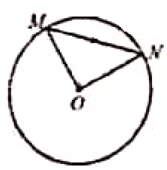
12．已知定义在R上的函数$f(x)$，当$x\in[-1,1)$时$f(x)=\begin{cases}x^2+2,x\in[0,1)\\2-x^2,x\in[-1,0)\end{cases}$，且$f(x+2)=f(x)$，若方程$f(x)-kx-2=0$有三个不相等的实数根，则实数$k$的取值范围是（　　）

A．$\left(\dfrac{1}{3},1\right)$　　B．$\left(-\dfrac{1}{3},-\dfrac{1}{4}\right)$　　C．$\left(-\dfrac{1}{3},-\dfrac{1}{4}\right)\cup\left(\dfrac{1}{4},\dfrac{1}{3}\right)$　　D．$\left(-1,-\dfrac{1}{3}\right)\cup\left(\dfrac{1}{3},1\right)$

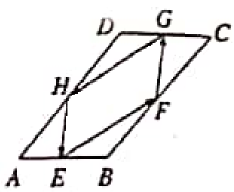
二、填空题：本大题共4小题，每小题5分，共20分. 把答案填在答题卡中对应题号后的横线上.

13．已知实数x，y满足$\begin{cases}2x-1\geq 0.\\x-y\leq 0\\x+y-2\leq 0\end{cases}$，则目标函数$z=2x+y$的最大值为__________.

14．如图，M是半径为R的圆周上一个定点，在圆周上等可能的任取一点N，连接MN，则弦MN的长度不超过$\sqrt{3}R$的概率是__________.



第14题图



第15题图

15．如图，在平行四边形$ABCD$中，$AB=1$，$AD=2$，点E，F，G，H分别是AB，BC，CD，AD边上的中点，则$\overrightarrow{EF}\cdot\overrightarrow{FG}+\overrightarrow{GH}\cdot\overrightarrow{HE}$等于__________.

16. 设 $f\left(x\right)=a\sin 2x+b\cos 2x\left(a,b\in R,ab\neq 0\right)$，若 $f\left(x\right)\le\left|f\left(\frac{\pi}{3}\right)\right|$ 对一切 $x\in R$ 恒成立，给出以下结论：① $f\left(\frac{\pi}{12}\right)=0$；　② $\left|f\left(\frac{5\pi}{12}\right)\right|=\left|f\left(\frac{11\pi}{12}\right)\right|$；

③ $f\left(x\right)$ 的单调递增区间是 $\left[k\pi+\frac{\pi}{3},\ k\pi+\frac{5\pi}{6}\right]\ (k\in Z)$；

④函数 $y=f\left(x\right)$ 既不是奇函数也不是偶函数；

⑤存在经过点 (a,b) 的直线与函数 $f\left(x\right)$ 的图象不相交．其中正确结论为________

三、解答题：（共六题，满分 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤）

17. （本小题满分 10 分）

以下茎叶图记录了甲，乙两组各四名同学单位时间内引体向上的次数，乙组记录中有一个数据模糊，无法确认，在图中以 X 表示．

甲组			乙组		
9	9	0	X	8	9
1	1	1	0		

（1）如果 $X=8$，求乙组同学单位时间内引体向上次数的平均数和方差；

（2）如果 $X=9$，分别从甲，乙两组中随机选取一名同学，求这两名同学单位时间内引体向上次数和为 19 的概率．

18．（本小题满分 12 分）

已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=1$，且 $a_n=2a_{n-1}+2^n(n\geq 2,n\in N^*)$．

（1）求证：数列 $\left\{\frac{a_n}{2^n}\right\}$ 是等差数列，并求出数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

（2）求数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 T_n．

19．（本小题满分 12 分）

在 ΔABC 中，内角 A,B,C 对边分别为 a,b,c，已知 $b\cos(A-\frac{\pi}{2})+\sqrt{3}a\sin(B-\frac{\pi}{2})=0$，且 $\sin A,\sin B,2\sin C$ 成等比数列．

(1)求角 B 的大小；

(2)若 $a+c=\lambda b(\lambda\in R)$，求λ的值．

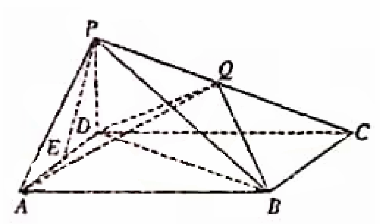
20．（本小题满分 12 分）

如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 是菱形，$\angle BAD=60°$，边长为4的正ΔPAD所在平面与平面 $ABCD$ 垂直,点 E 是 AD 的中点，点 Q 是侧棱 PC 的中点．

(1)求四棱锥 $P-ABCD$ 的体积；

(2)求证：$PA//$平面 BDQ；

(3) 在线段 AB 上是否存在点 F，使直线 PF 与平面 PAD 所成的角为 30°？若存在，求出 AF 的长；若不存在，请说明理由．



21.（本小题满分 12 分）

已知圆$C:x^2+y^2+Dx+Ey-2=0$关于直线$x-y=0$对称，半径为2，且圆心C在第一象限．

（1）求圆C的方程；

（2）若直线$l:3x-4y+m=0(m>0)$与圆C相交于不同两点M、N，且$|\overrightarrow{MN}|=|\overrightarrow{CM}+\overrightarrow{CN}|$，求实数$m$的值．

22. （本小题满分 12 分）

已知函数$f(x)=\log_2(2^x+1)+ax$，$x\in R$．

（1）若$f(x)$是偶函数，求实数a的值；

（2）当$a>0$时，不等式$f\left(\sin x+\sqrt{3}\cos x\right)-f\left(4+t\right)\geq 0$对任意的$x\in\left[-\frac{2\pi}{3},\frac{\pi}{3}\right]$恒成立，求实数$t$的取值范围；

（3）当$a>0$时，关于x的方程$f[f(x)-a(1+x)-log_4(2^x-1)]=1$在区间$[1,2]$上恰有两个不同的实数解，求实数$a$的取值范围．