

2017-2018 学年下学期期末三校联考

高一数学

命题学校：广州市铁一中学 命题人：许永华 审题人：艾敏

本试卷共 3 页，共 22 小题，满分 150 分。考试用时 120 分钟。

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。每小题的四个选项中只有一个选项正确。）

1. 设全集 $U = \mathbb{R}$ ，集合 $A = \{x \in \mathbb{R} | x^2 - x - 6 > 0\}$ ， $B = \{x \in \mathbb{R} | \log_2(2x - 1) > 0\}$ ， $(C_U A) \cap B = (\quad)$

A. $\{x \in \mathbb{R} | x > 3\}$ B. $\{x \in \mathbb{R} | x \geq -2\}$ C. $\{x \in \mathbb{R} | 1 < x \leq 2\}$ D. $\{x \in \mathbb{R} | 1 < x \leq 3\}$

2. 已知等比数列 $\{a_n\}$ 的前 3 项和 $S_3 = 7$ ，若 $4a_1, 2a_2, a_3$ 成等差数列，则 $a_2 = \dots\dots\dots (\quad)$

A. 2 B. 4 C. 8 D. 16

3. 设实数 $a = \log_{\frac{1}{2}} 5$ ， $b = (\frac{1}{5})^{0.2}$ ， $c = 2^{\frac{1}{5}}$ ，则 a, b, c 的大小顺序为 $\dots\dots\dots (\quad)$

A. $a < b < c$ B. $c < b < a$ C. $c < a < b$ D. $b < a < c$

4. 在 $\triangle ABC$ 中， $\sin A : \sin B : \sin C = 3 : 5 : 7$ ，则 $\triangle ABC$ 是 $\dots\dots\dots (\quad)$

A. 锐角三角形 B. 直角三角形 C. 钝角三角形 D. 无法确定

5. 等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n = 3^n + a$ ，则 a 等于 $\dots\dots\dots (\quad)$

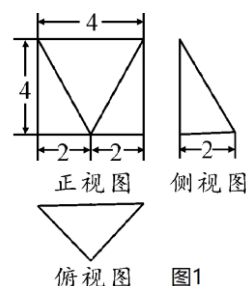
A. -3 B. -1 C. 3 D. 1

6. 设 $x > 0, y > 0$ ，若 $x + y - 1 = 0$ ，则 $\frac{1}{x} + \frac{4}{y}$ 的最小值为 $\dots\dots\dots (\quad)$

A. 6 B. 7 C. 8 D. 9

7. 图 1 是某个几何体的三视图，则这个几何体外接球的表面积为 $\dots (\quad)$

A. 28π B. 32π
C. 36π D. 48π



8. 将函数 $f(x) = \sqrt{3}\sin 2x - \cos 2x$ 的图象向左平移 $a (a > 0)$ 个单位后，得到函数 $g(x)$ 的图象。

若函数 $g(x)$ 的图象关于直线 $x = \frac{\pi}{24}$ 对称，则实数 a 的最小值为 $\dots\dots\dots (\quad)$

A. $\frac{5\pi}{24}$ B. $\frac{7\pi}{24}$ C. $\frac{5\pi}{12}$ D. $\frac{7\pi}{12}$

9. 已知等差数列 $5, 4\frac{2}{7}, 3\frac{4}{7}, \dots$ 的前 n 项和为 S_n , 则使得 S_n 最大的序号 n 的值为……………()

- A. 7 B. 8 C. 7 或 8 D. 8 或 9

10. 直线 $x+2y-5+\sqrt{5}=0$ 被圆 $x^2+y^2-2x-4y=0$ 截得的弦长为 ……………()

- A. 1 B. 2 C. 4 D. $4\sqrt{6}$

11. 设实数 x, y 满足 $3 \leq xy^2 \leq 8$, $4 \leq \frac{x^2}{y} \leq 9$, 则 $\frac{x^3}{y^4}$ 的最大值为……………()

- A. 72 B. 64 C. 32 D. 27

12. 已知相异两点 O, H 分别为 $\triangle ABC$ 的外心与垂心, 且 $\overrightarrow{OH} = m(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC})$, 则实数 $m =$ ……………()

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 不确定

二、填空题 (本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.)

13. 已知向量 \vec{a} 与 \vec{b} 的夹角为 120° , $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{13}$, 则 $|\vec{b}| =$ _____.

14. 已知 $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$, $\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{2}{3}$, 则 $\cos\alpha =$ _____.

15. 已知实数 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} 3x - y - 1 \geq 0 \\ x + y - 2 \leq 0 \\ 3x - 6y - 4 \leq 0 \end{cases}$, 则 $z = \frac{x+y-1}{x+1}$ 的最大值为_____.

16. 若关于 x 的方程 $\sqrt{3}\cos 2x + \sin 2x - a = 0$ 在 $(0, \pi)$ 内有两相异实根 α, β , 则 $\alpha + \beta =$ _____.

三、解答题 (本大题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.)

17. (本小题满分 10 分) 已知向量 $\vec{a} = (-2\cos x, 1)$, $\vec{b} = (\cos x, \sqrt{3}\sin 2x + 1)$.

(1) 若 $\vec{a} \perp \vec{b}$, 求 $\frac{1}{\sin^2 2x - \sin 2x \cos 2x}$ 的值;

(2) 设函数 $f(x) = \vec{a} \cdot \vec{b} (x \in \mathbb{R})$, 求 $f(x)$ 的最小正周期及单调递减区间.

18. (本小题满分 12 分) 数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 已知 $a_1 = 1$, $a_n \neq 0$, 且 $a_n a_{n+1} = 4S_n - 1 (n \in \mathbb{N}^*)$.

(1) 证明: $a_{n+2} - a_n = 4$;

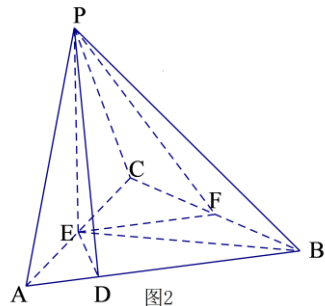
(2) 设数列 $\{b_n\}$ 满足 $\frac{b_n}{2^n} = \frac{S_n}{n}$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 2018 项和 T_{2018} .

19. (本小题满分 12 分) $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 且满足 $a=4$, $a \cos B = (2c-b) \cos A$.

- (1) 求角 A 的大小;
- (2) 求 $\triangle ABC$ 周长的最大值.

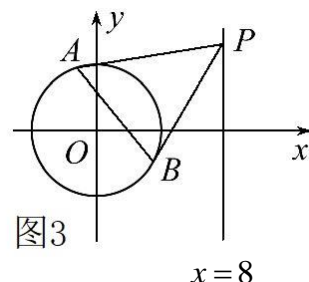
20. (本小题满分 12 分) 如图 2, 在三棱锥 $P-ABC$ 中, $\triangle ABC$ 和 $\triangle PAC$ 都是正三角形, $AC=2$, E, F 分别是 AC, BC 的中点, 且 $PD \perp AB$, 垂足为 D , 平面 $PAC \perp$ 平面 ABC .

- (1) 证明: $EF \perp ED$;
- (2) 求点 F 到平面 PAB 的距离.



21. (本小题满分 12 分) 已知圆 C 的圆心为坐标原点 O , 且与直线 $x+y+4\sqrt{2}=0$ 相切.

- (1) 求圆 C 的方程.
- (2) 如图 3, 动点 P 在直线 $x=8$ 上, 过 P 点引圆 C 的两条切线 PA, PB , 切点为 A, B , 探究直线 AB 是否经过定点. 若是, 求出定点坐标; 若经过定点, 请说明理由.



22. (本小题满分 12 分) 已知函数 $f(x) = x|x-a| (a \in \mathbb{R})$.

- (1) 判断函数 $f(x)$ 的奇偶性;
- (2) 求函数 $f(x)$ 的单调区间;
- (2) 令 $g(x) = f(x) - b (b \in \mathbb{R})$, 若对任意的 $a \in [2, 4]$, 函数 $g(x)$ 恒有 3 个零点, 求实数 b 的取值范围.