

# 2018-2019 学年度第一学期高一年级学情调研

## 数 学 试 题

一、填空题：本大题共 14 小题,每小题 5 分,共计 70 分,把答案填写在答题卡相应位置上

1. 已知集合  $A = \{x | -1 < x < 2, x \in \mathbf{R}\}$ , 则  $A \cap \mathbf{N}^*$  中元素的个数为\_\_\_\_\_.

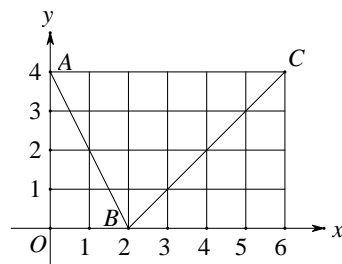
2. 若集合  $A = \{1, 2\}, B = \{2, 3\}$ , 则  $A \cup B =$ \_\_\_\_\_.

3. 函数  $y = \sqrt{1-x}$  的定义域为\_\_\_\_\_.

4. 函数  $f(x)$  满足  $f(x+1) = 2x$ , 则  $f(x)$  的解析式  $f(x) =$ \_\_\_\_\_.

5. 函数  $y = x^2 + 1$  的值域为\_\_\_\_\_.

6. 已知函数  $y = f(x), x \in [0, 6]$  的图象是折线段  $ABC$ , 如图所示, 则函数  $f(x)$  的单调增区间为\_\_\_\_\_.



第 6 题图

7. 已知集合  $A = \{x | x^2 - 4 = 0\}$ , 则集合  $A$  的所有子集个数为\_\_\_\_\_.

8. 已知  $f(x) = x^3 + bx + 1$ ,  $f(-1) = -1$ , 则  $f(1)$  的值为\_\_\_\_\_.

9. 下列四组函数中, 表示同一个函数的是\_\_\_\_\_. (把序号写在横线上)

①  $y = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$  与  $y = x + 1$ ;

②  $y = x$  与  $y = (\sqrt{x})^2$ ;

③  $y = |x|$  与  $y = \sqrt{x^2}$ ;

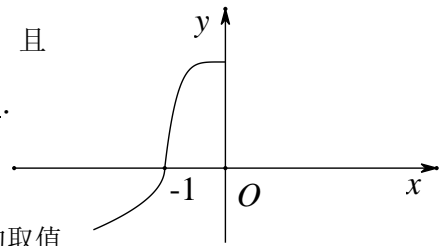
④  $y = \sqrt{x^2} - 1$  与  $y = x - 1$

10. 已知二次函数  $f(x)$  满足  $f(x+1) - f(x) = 2x (x \in \mathbf{R})$ , 且  $f(0) = 1$ , 则  $f(x)$  的解析式

$f(x) =$ \_\_\_\_\_.

11. 高一某班共有 50 名学生, 在数学课上全班学生一起做两道数学试题, 其中一道是关于集合的试题, 一道是关于函数的试题, 已知关于集合的试题做正确的有 40 人, 关于函数的试题做正确的有 31 人, 两道题都做错的有 4 人, 则这两道题都做对的有\_\_\_\_\_人.

12. 已知  $f(x)$  是定义在  $\mathbf{R}$  上的偶函数，当  $x \leq 0$  时，图象如右图所示，且  $f(-1) = 0$ ，则关于  $x$  的不等式  $f(x-1) < 0$  的解集为\_\_\_\_\_.



第 12 题图

13. 若函数  $y = \begin{cases} x^2 - x, & x > 1 \\ -x^2 + x, & x \leq 1 \end{cases}$  在区间  $(-\infty, a]$  上单调递增，则实数  $a$  的取值范围为\_\_\_\_\_.

14. 函数  $f(x) = \begin{cases} x + \frac{1}{x}, & 1 \leq x \leq 2 \\ 4 - x, & 2 < x \leq 5 \end{cases}$ ，若实数  $x_0$  满足  $f[f(x_0)] \geq 2$ ，则  $x_0$  的取值范围为\_\_\_\_\_.

二、解答题：本大题共 6 小题，共 90 分，请在答题卡指定区域内作答，解答时应写出文字说明、证明或演算步骤.

15. (本小题满分 14 分)

设全集  $U = \mathbf{R}$ ，集合  $A = \{x \mid x \leq 2 \text{ 或 } x \geq 5\}$ ， $B = \{x \mid -1 < x < 9\}$ .

- (1) 求  $A \cap B$ ， $A \cup B$ ；
- (2) 求  $(\complement_U A) \cap B$ .

16. (本小题满分 14 分)

设函数  $f(x) = \sqrt{x+3} + \frac{1}{x+2}$  的定义域为  $A$ ， $g(x) = \frac{4}{x} + 3, x \in (1, 2)$  的值域为  $B$ .

- (1) 求集合  $A$  和  $B$ ；
- (2) 设集合  $C = \{x \mid m < x < m+1\}$ ，若  $C \subseteq A \cap B$ ，求实数  $m$  的取值范围；

17. 已知函数  $f(x) = x^2 - 1$ .

(1) 判断函数  $f(x)$  的奇偶性，并给出证明；

(2) 若函数  $y = f(x) - ax$  在区间  $[2, 4]$  上是单调函数，求实数  $a$  的取值范围

18. 某市自来水公司每两个月（记为一个收费周期）对用户收一次水费，收费标准如下：当每户用水量不超过 30 吨时，按每吨 3 元收取；当该用户用水量超过 30 吨时，超出部分按每吨 4 元收取.

(1) 记某用户在一个收费周期的用水量为  $x$  吨，所缴水费为  $y$  元. 写出  $y$  关于  $x$  的函数解析式；

(2) 在某一个收费周期内，若甲、乙两用户所缴水费的和为 260 元，且甲、乙两用户水量之比为 3:2，试求出甲、乙两用户在该收费周期内各自的用水量和水费.

19. 已知函数  $f(x)$  是定义在  $\mathbf{R}$  上的奇函数, 且当  $x \in (0, +\infty)$  时,  $f(x) = x - \frac{1}{x+1} + 2$ .

(1) 应用函数单调性定义证明:  $f(x)$  在区间  $(0, +\infty)$  上是单调递增函数;

(2) 求函数  $f(x)$  在  $\mathbf{R}$  上的解析式;

(3) 若关于  $x$  的不等式  $f(x) > f(mx-1)$  对于任意的  $x \in [2, 4]$  恒成立, 求实数  $m$  的取值范围.

20. 设函数  $f(x) = ax + \frac{1}{x+b}$  ( $a, b \in \mathbf{R}$ ).

(1) 若方程  $f(x) = \frac{3}{2}x$  的解集为  $\{-1, 2\}$ .

① 求  $a, b$  的值;

② 求  $f(-4) + f(-3) + f(-2) + f(-1) + f(0) + f(2) + f(3) + f(4) + f(5) + f(6)$  的值.

(2) 若  $b=0$ , 问: 是否存在实数  $a$ , 使得所有满足 “ $x_1 > 0, x_2 > 0$ , 且  $x_1 + x_2 = 2$ ” 的实数  $x_1, x_2$ , 都有  $f(x_1)f(x_2) \leq 1$  成立? 若存在, 求  $a$  的取值范围; 若不存在, 说明理由.