

2018-2019 学年度第一学期高一年级学情调研

数 学 试 题

一、填空题：本大题共 14 小题,每小题 5 分,共计 70 分,把答案填写在答题卡相应位置上

1. 已知集合 $A = \{x | -1 < x < 2, x \in \mathbf{R}\}$, 则 $A \cap \mathbf{N}^*$ 中元素的个数为_____.

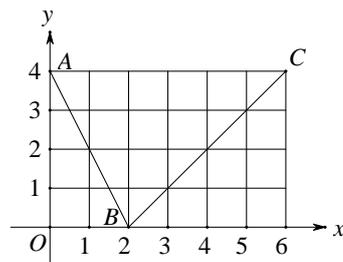
2. 若集合 $A = \{1, 2\}, B = \{2, 3\}$, 则 $A \cup B =$ _____.

3. 函数 $y = \sqrt{1-x}$ 的定义域为_____.

4. 函数 $f(x)$ 满足 $f(x+1) = 2x$, 则 $f(x)$ 的解析式 $f(x) =$ _____.

5. 函数 $y = x^2 + 1$ 的值域为_____.

6. 已知函数 $y = f(x), x \in [0, 6]$ 的图象是折线段 ABC , 如图所示, 则函数 $f(x)$ 的单调增区间为_____.



第 6 题图

7. 已知集合 $A = \{x | x^2 - 4 = 0\}$, 则集合 A 的所有子集个数为_____.

8. 已知 $f(x) = x^3 + bx + 1$, $f(-1) = -1$, 则 $f(1)$ 的值为_____.

9. 下列四组函数中, 表示同一个函数的是_____. (把序号写在横线上)

① $y = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$ 与 $y = x + 1$;

② $y = x$ 与 $y = (\sqrt{x})^2$;

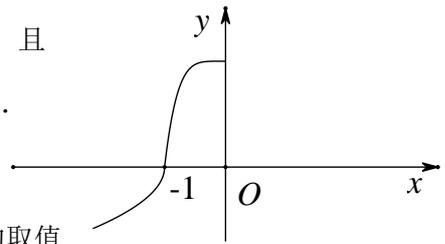
③ $y = |x|$ 与 $y = \sqrt{x^2}$;

④ $y = \sqrt{x^2} - 1$ 与 $y = x - 1$

10. 已知二次函数 $f(x)$ 满足 $f(x+1) - f(x) = 2x (x \in \mathbf{R})$, 且 $f(0) = 1$, 则 $f(x)$ 的解析式 $f(x) =$ _____.

11. 高一某班共有 50 名学生, 在数学课上全班学生一起做两道数学试题, 其中一道是关于集合的试题, 一道是关于函数的试题, 已知关于集合的试题做正确的有 40 人, 关于函数的试题做正确的有 31 人, 两道题都做错的有 4 人, 则这两道题都做对的有_____人.

12. 已知 $f(x)$ 是定义在 \mathbf{R} 上的偶函数，当 $x \leq 0$ 时，图象如右图所示，且 $f(-1) = 0$ ，则关于 x 的不等式 $f(x-1) < 0$ 的解集为_____.



第 12 题图

13. 若函数 $y = \begin{cases} x^2 - x, & x > 1 \\ -x^2 + x, & x \leq 1 \end{cases}$ 在区间 $(-\infty, a]$ 上单调递增，则实数 a 的取值范围为_____.

14. 函数 $f(x) = \begin{cases} x + \frac{1}{x}, & 1 \leq x \leq 2 \\ 4 - x, & 2 < x \leq 5 \end{cases}$ ，若实数 x_0 满足 $f[f(x_0)] \geq 2$ ，则 x_0 的取值范围为_____.

二、解答题：本大题共 6 小题，共 90 分，请在答题卡指定区域内作答，解答时应写出文字说明、证明或演算步骤.

15. (本小题满分 14 分)

设全集 $U = \mathbf{R}$ ，集合 $A = \{x | x \leq 2 \text{ 或 } x \geq 5\}$ ， $B = \{x | -1 < x < 9\}$.

- (1) 求 $A \cap B$ ， $A \cup B$ ；
- (2) 求 $(\complement_U A) \cap B$.

16. (本小题满分 14 分)

设函数 $f(x) = \sqrt{x+3} + \frac{1}{x+2}$ 的定义域为 A ， $g(x) = \frac{4}{x} + 3, x \in (1, 2)$ 的值域为 B .

- (1) 求集合 A 和 B ；
- (2) 设集合 $C = \{x | m < x < m+1\}$ ，若 $C \subseteq A \cap B$ ，求实数 m 的取值范围；

17. 已知函数 $f(x) = x^2 - 1$.

(1) 判断函数 $f(x)$ 的奇偶性，并给出证明；

(2) 若函数 $y = f(x) - ax$ 在区间 $[2, 4]$ 上是单调函数，求实数 a 的取值范围

18. 某市自来水公司每两个月（记为一个收费周期）对用户收一次水费，收费标准如下：当每户用水量不超过 30 吨时，按每吨 3 元收取；当该用户用水量超过 30 吨时，超出部分按每吨 4 元收取.

(1) 记某用户在一个收费周期的用水量为 x 吨，所缴水费为 y 元. 写出 y 关于 x 的函数解析式；

(2) 在某一个收费周期内，若甲、乙两用户所缴水费的和为 260 元，且甲、乙两用户水量之比为 3:2，试求出甲、乙两用户在该收费周期内各自的用水量和水费.

19. 已知函数 $f(x)$ 是定义在 \mathbf{R} 上的奇函数, 且当 $x \in (0, +\infty)$ 时, $f(x) = x - \frac{1}{x+1} + 2$.

(1) 应用函数单调性定义证明: $f(x)$ 在区间 $(0, +\infty)$ 上是单调递增函数;

(2) 求函数 $f(x)$ 在 \mathbf{R} 上的解析式;

(3) 若关于 x 的不等式 $f(x) > f(mx-1)$ 对于任意的 $x \in [2, 4]$ 恒成立, 求实数 m 的取值范围.

20. 设函数 $f(x) = ax + \frac{1}{x+b}$ ($a, b \in \mathbf{R}$).

(1) 若方程 $f(x) = \frac{3}{2}x$ 的解集为 $\{-1, 2\}$.

① 求 a, b 的值;

② 求 $f(-4) + f(-3) + f(-2) + f(-1) + f(0) + f(2) + f(3) + f(4) + f(5) + f(6)$ 的值.

(2) 若 $b=0$, 问: 是否存在实数 a , 使得所有满足 “ $x_1 > 0, x_2 > 0$, 且 $x_1 + x_2 = 2$ ” 的实数 x_1, x_2 , 都有 $f(x_1)f(x_2) \leq 1$ 成立? 若存在, 求 a 的取值范围; 若不存在, 说明理由.