

2018~2019学年北京海淀区中国人民大学附属中学高一下学期期末数学试卷

一、选择题（本大题共27小题，每小题3分，共81分）

1. 已知集合 $A = \{-1, 0, 1, 2\}$, $B = \{0, 1, 3\}$, 那么 $A \cap B = (\quad)$.
A. $\{0, 1\}$ B. $\{-1, 0, 1\}$ C. $\{-1, 2, 3\}$ D. $\{-1, 0, 1, 2, 3\}$
2. 过点 $A(-2, 3)$ 和点 $B(0, -1)$ 的直线的斜率为 $(\quad)$.
A. -2 B. $-\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{2}$ D. 2
3. 已知角 α 的终边经过点 $P(-3, 4)$, 那么 $\cos \alpha = (\quad)$.
A. $\frac{3}{5}$ B. $-\frac{3}{5}$ C. $\frac{4}{5}$ D. $-\frac{4}{5}$
4. 已知向量 $\vec{a} = (3, -4)$, $\vec{b} = (-6, m)$, $\vec{a} \perp \vec{b}$, 那么 m 的值为 $(\quad)$.
A. $\frac{9}{2}$ B. $-\frac{9}{2}$ C. 8 D. -8
5. 函数 $f(x) = \cos^2 x$ 的最小正周期是 $(\quad)$.
A. 2π B. π C. $\frac{\pi}{2}$ D. $\frac{\pi}{4}$
6. 已知直线 $2x + y - 1 = 0$ 与直线 $y = kx$ 垂直, 那么 k 的值为 $(\quad)$.
A. -2 B. $-\frac{1}{2}$ C. 2 D. $\frac{1}{2}$
7. 某学校为调查中学生对北京世园会的了解情况, 计划从初一160名学生和高一480名学生中抽取32名学生进行问卷调查, 如果用分层抽样的方法抽取样本, 那么高一应抽取的人数为 $(\quad)$.
A. 8 B. 12 C. 16 D. 24
8. 下列函数中, 既是奇函数, 又在区间 $(0, +\infty)$ 上单调递减的是 $(\quad)$.
A. $y = -x^2$ B. $y = \frac{1}{x}$
C. $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ D. $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

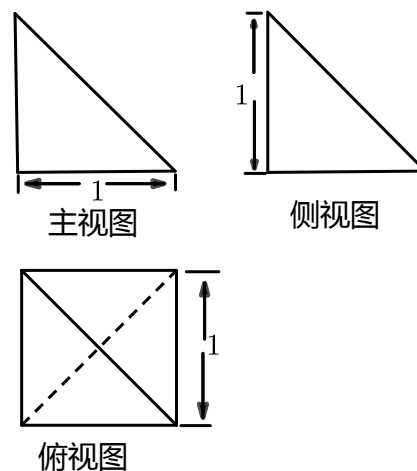
9. 直线 $l: 2x - y - 10 = 0$ 与直线 $m: 2x - y + 5 = 0$ 的距离为() .

- A. $3\sqrt{5}$ B. $5\sqrt{3}$ C. $\sqrt{5}$ D. $\sqrt{3}$

10. 计算： $\log_3 27 + 8^{-\frac{1}{3}}$ 的结果为() .

- A. 1 B. $\frac{5}{2}$ C. $\frac{7}{2}$ D. 5

11. 已知某三棱锥的三视图如图所示，则该三棱锥的体积为() .



- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{6}$ D. $\frac{1}{12}$

12. 要得到函数 $y = \sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right)$ 的图象，只要将函数 $y = \sin 2x$ 的图象() .

- A. 向左平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位 B. 向右平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位
C. 向左平移 $\frac{\pi}{8}$ 个单位 D. 向右平移 $\frac{\pi}{8}$ 个单位

13. 在 $\triangle ABC$ 中， $a = 3$ ， $b = 5$ ， $\sin A = \frac{1}{3}$ ，则 $\sin B =$ () .

- A. $\frac{1}{5}$ B. $\frac{5}{9}$ C. $\frac{\sqrt{5}}{3}$ D. 1

14. 盒子里装有标着数字1, 2, 3, 4的大小、材质完全相同的4张卡片，从盒子里随机抽取2张卡片，抽到的卡片上数字之积为奇数的概率是() .

- A. $\frac{1}{6}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{2}{3}$

15. 若向量 $\vec{a}$ ， $\vec{b}$ 满足 $\vec{a} \perp (\vec{a} + \vec{b})$ ，且 $|\vec{a}| = 1$ ， $|\vec{b}| = 2$ ，则 $\langle \vec{a}, \vec{b} \rangle =$ () .

- A. 30° B. 60° C. 120° D. 150°

16. 函数 $f(x) = \log_2 x + x - 4$ 的零点所在的区间是() .

- A. (0, 1) B. (1, 2) C. (2, 3) D. (3, 4)

17. 函数 $f(x) = a^x - 1$ ($a > 0, a \neq 1$) 在区间 $[1, 2]$ 上的最大值为 3, 那么 a 等于 ().

A. $\frac{1}{4}$

B. $\frac{1}{2}$

C. 2

D. 4

18. 某品牌服装店周一至周五这 5 天甲、乙两款服装的销售量 (单位: 件) 用茎叶图表示如图所示.

如果用 $\bar{x}_{\text{甲}}$, $\bar{x}_{\text{乙}}$ 分别表示两款服装销售量的平均数, $S_{\text{甲}}$, $S_{\text{乙}}$ 分别表示两款服装销售量的标准差, 那么 ().

甲			乙	
4	3	7	0	
8	7	6	7	8 9
	8	5	6	

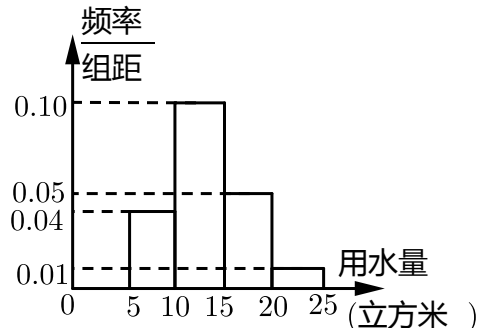
A. $\bar{x}_{\text{甲}} < \bar{x}_{\text{乙}}, S_{\text{甲}} > S_{\text{乙}}$

B. $\bar{x}_{\text{甲}} < \bar{x}_{\text{乙}}, S_{\text{甲}} < S_{\text{乙}}$

C. $\bar{x}_{\text{甲}} > \bar{x}_{\text{乙}}, S_{\text{甲}} < S_{\text{乙}}$

D. $\bar{x}_{\text{甲}} > \bar{x}_{\text{乙}}, S_{\text{甲}} > S_{\text{乙}}$

19. 某社区共有 500 户住户, 五月份用水量的频率分布直方图如图所示, 则五月份用水量不超过 15m^3 的住户数为 ().



A. 70

B. 150

C. 350

D. 430

20. 任取 $x \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$, 满足 $\cos x \geq \frac{1}{2}$ 的概率为 ().

A. $\frac{1}{6}$

B. $\frac{1}{3}$

C. $\frac{1}{2}$

D. $\frac{2}{3}$

21. 过点 $A(2, 3)$ 且与直线 $l: y = 2x$ 平行的直线方程为 ().

A. $y - 3 = 2(x - 2)$

B. $y + 3 = 2(x + 2)$

C. $y - 3 = -\frac{1}{2}(x - 2)$

D. $y + 3 = -\frac{1}{2}(x + 2)$

22. 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $a = 2b \cos C$, 那么这个三角形是 ().

A. 等边三角形

B. 直角三角形

C. 等腰三角形

D. 等腰直角三角形

23. 已知幂函数 $y = x^\alpha$ 的定义域为 $(0, +\infty)$ ，则 α 的值可能为（ ）.

- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $-\frac{1}{3}$ D. $-\frac{1}{2}$

24. 设 l 是直线， α, β 是两个不同的平面，在下列四个命题中：

- ①如果 $l // \alpha, l // \beta$ ，那么 $\alpha // \beta$ ；
 ②如果 $l // \alpha, l \perp \beta$ ，那么 $\alpha \perp \beta$ ；
 ③如果 $\alpha \perp \beta, l \perp \alpha$ ，那么 $l \perp \beta$ ；
 ④如果 $\alpha \perp \beta, l // \alpha$ ，那么 $l \perp \beta$.

其中正确的命题是（ ）.

- A. ① B. ② C. ③ D. ④

25. 假设某种设备使用的年限 x （年）与所支出的维修费用 y （万元）有以下关系：

使用年限 x	2	3	4	5	6
维修费用 y	2.2	3.8	5.5	6.5	7.0

如果 y 对 x 的线性回归方程 $\hat{y} = bx + 0.08$ ，那么（ ）.

- A. 该种设备使用年限为0年时，维修费用为0.08万元
 B. 该种设备使用年限为10年时，维修费用为12.38万元
 C. 该种设备使用年限每增加一年，维修费用平均增加1.23万元
 D. 该种设备使用年限每增加一年，维修费用平均增加1.24万元

26. 已知 $\odot O_1 : x^2 + y^2 = 4$ ， $\odot O_2 : (x - a)^2 + (y - 1)^2 = 1$ ，那么这两个圆的位置关系不可能是（ ）.

- A. 外离 B. 外切 C. 内含 D. 内切

27. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} -x^2 + ax, & x \leq 1, \\ ax - 1, & x > 1, \end{cases}$ 若存在 $x_1, x_2 \in \mathbf{R}$ ，使得 $f(x_1) = f(x_2)$ 成立，则实数 a 的取值范围是（ ）.

- A. $(-\infty, 2)$ B. $(2, +\infty)$
 C. $(-2, 2)$ D. $(-\infty, 2) \cup (2, +\infty)$

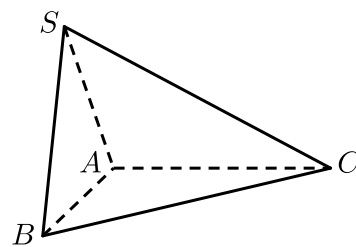
二、解答题（本大题共4题，共19分）

28. 已知函数 $f(x) = \sin\left(\omega x + \frac{\pi}{3}\right)$ ($0 < \omega < 5$)的一条对称轴方程为 $x = \frac{\pi}{6}$.

(1) $\omega =$ _____.

(2) 求 $g(x) = f(x) - \sin x$ 的单调递减区间.

29. 如图，在三棱锥 $S-ABC$ 中， $SA \perp BC$ ， $AB = AC$ 。



(1) 求证： $SB = SC$ 。

(2) 若点 M 、 N 分别是棱 SB 、 SC 上的点，且 $V_{S-ABN} = V_{S-ACM}$ ，求证： $MN \parallel BC$ 。

30. 已知 $\odot C: (x+1)^2 + y^2 = 4$ ，直线 $l: y = kx + b$ 经过点 $A(3, 0)$ 。

(1) 若直线 l 与 $\odot C$ 相离，则实数 k 的取值范围是 _____。

(2) 若直线 l 与 $\odot C$ 相切，则切点的坐标为 _____。

(3) 设直线 l 与 $\odot C$ 相交于 P 、 Q 两点， O 为坐标原点，求证： $\frac{|PA|}{|QA|} = \frac{|PO|}{|QO|}$ 。

31. 某群体的人均通勤时间，是指单日内该群体中成员从居住地到工作地的平均用时，若某地上班族 S 中的成员仅以自驾、公交、自行车三种方式通勤。研究数据表明：当 S 中有 $x\%$ ($0 < x < 100$) 的成员自驾时，自驾群体的人均通勤时间（单位：分钟）为

$$f(x) = \begin{cases} 30, & 0 < x \leq 30 \\ 2x + \frac{1800}{x} - 90, & 30 < x < 100 \end{cases}$$

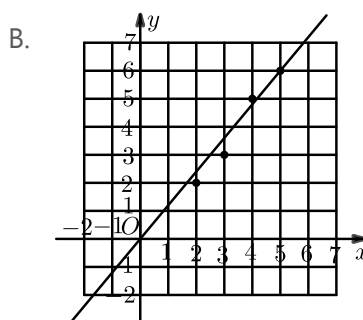
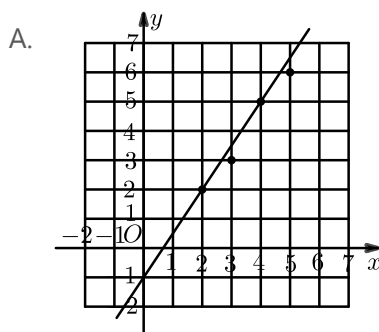
而公交、自行车群体的人均通勤时间不受 x 的影响，恒为 40 分钟。

(1) 当 $x \in$ _____ 时，自驾群体比公交、自行车群体的人均通勤少。

(2) 求该地上上班族 S 的人均通勤时间 $g(x)$ 的表达式；分析 $g(x)$ 的单调性及其实际意义。

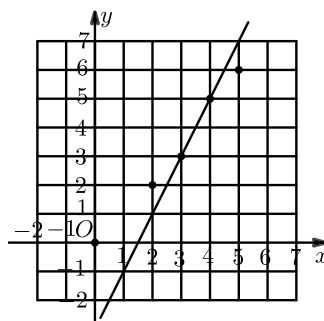
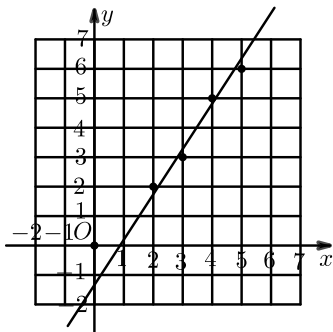
三、不定项选择题（本大题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分）

32. 将一组数据在平面直角坐标系中画成散点图，则图中直线最有可能是这组数据的回归直线的是（ ）。



C.

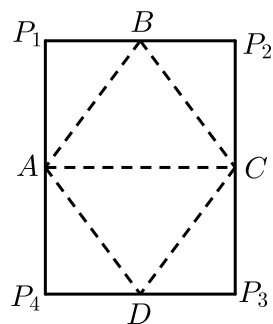
D.



33. 已知实数 x, y 满足 $x^2 + y^2 - 4x - 2y + 4 \leq 0$, 则当 $y \geq 1$ 时, $\frac{y}{x+1}$ 的可能取值是 () .

- A. $-\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{3}{4}$ D. $\frac{4}{3}$

34. 如图, 一张矩形纸张长 $10\sqrt{3}\text{cm}$, 宽 10cm , A, B, C, D 分别是其四边的中点, 现将其沿途图中虚线折起, 使得 P_1, P_2, P_3, P_4 四点重合为一点 P , 得到一个多面体, 下列关于该多面体的说法中, 正确的有 () .



- A. 面数小于6
B. $PA \perp PC$
C. 体积小于 1000cm^3
D. 外接球的半径为 $\frac{5\sqrt{6}}{2}\text{cm}$

四、填空题 (本大题共3小题, 每小题5分, 共15分)

35. 各个面为全等的正多边形的多面体称为正多面体, 以正多面体 A 的每个面的中心为顶点的多面体称为 A 的“伴生多面体” .

(1) 若正多面体 B 的“伴生多面体” 为正四面体, 则 B 的棱数为 _____ .

(2) 棱长为2的正方体的“伴生多面体” 的体积是 _____ .

36. 已知直线 $l_1: kx - y - 2k + 3 = 0$, $l_2: ky + x - 3k - 2 = 0$, $l_3: x + y = 3$ 可以围成一个三角形, 则:

(1) 实数 k 的取值范围是 _____ .

(2) 所围成的三角形面积的最小值为 _____ .

37. 在一副没有大小王的扑克牌中，把A看成1，J看成11，Q看成12，K看成13．

对于其中五张扑克牌：如果它们的花色都相同，则称这种组合为“同花”；如果它们是连续的，如7，8，9，10，J，则称这种组合为“顺子”小波先从这副扑克牌中抽取了三张牌，牌面如下：



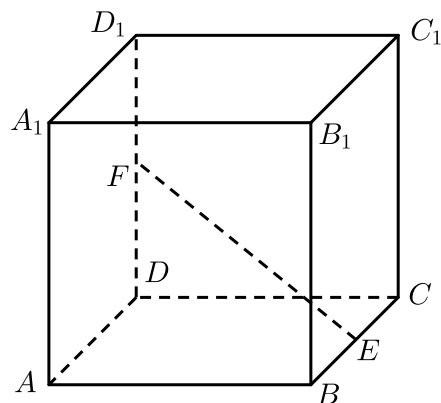
他再从剩下的牌中抽取两张（不考虑抽取顺序），构成一个五张牌的组合．

（1）该组合为“同花”的情形共有种 _____ ．

（2）该组合为“顺子”的概率是 _____ ．

五、解答题（本大题共2小题，每小题10分，共20分）

38. 已知正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为2，点E是棱BC的中点，点F为棱DD₁的中点．记过点B₁且与EF垂直的平面为 α ，过点B₁且与D₁E垂直的平面为 β ．



（1）设平面 α 与正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 的表面相交形成的图形为 Ω ．

① 请在图中直接画出图形 Ω ．

② 图形 Ω 的周长为 _____ ．

（2）设 $\alpha \cap \beta = l$ ，证明： $l \perp DD_1$ ．

39. 在平面直角坐标系中，圆C的圆心在直线 $x = 4$ 上，圆C与x轴相切，且与y轴的正半轴交于A、B两点，A在B的上方，且 $|AB| = 6$ ．

（1）求圆C的标准方程．

（2）设点D是以原点O为圆心、 r 为半径($|OB| < r < |OA|$)的圆上一动点，且点D不在y轴上，直线DB与圆相交于另一点E，判断是否存在 r ，使得直线AD与直线AE关于y轴对称？若存在，求出 r 的值；若不存在，说明理由．

