

试卷类型:A

# 高一数学试题

2019.7

本试卷共4页,共23题,满分150分,考试用时120分钟,考试结束后,将答题卡交回。

注意事项:

1. 答卷前,考生先将自己的姓名、准考证号填写清楚,将条形码准确粘贴在条形码区域内。
2. 选择题必须使用2B铅笔填涂;非选择题必须使用0.5毫米黑色字迹的签字笔书写,字体工整、笔迹清楚。
3. 请按照题号顺序在答题卡各题目的答题区域内作答,超出答题区域书写的答案无效;在草稿纸、试卷上答题无效。
4. 保持卡面清洁,不要折叠、不要弄破、弄皱,不准使用涂改液、修正带、刮纸刀。

参考公式:球体的体积公式: $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ ,其中 $R$ 是球体的半径。

锥体的体积公式: $V = \frac{1}{3}Sh$ ,其中 $S$ 是锥体的底面面积, $h$ 是锥体的高。

一、选择题:本题共13小题,每小题4分,共52分。在每小题给出的四个选项中,第1~10题只有一项符合题目要求,第11~13题有多项符合要求。全部选对得4分,选对但不全的得2分,有错选的得0分。

1. 若直线 $l$ 过点 $A(1,2), B(4,2+\sqrt{3})$ ,则直线 $l$ 的倾斜角是  
A.  $30^\circ$       B.  $45^\circ$       C.  $60^\circ$       D.  $90^\circ$
2. 已知 $S_n$ 为等比数列 $\{a_n\}$ 的前 $n$ 项和,若 $a_2=2, a_5=16$ ,则 $S_6=$   
A. 31      B. 32      C. 63      D. 64
3. 若直线 $ax+2y+2=0$ 与直线 $3x-y-2=0$ 平行,则 $a=$   
A. -6      B. -3      C.  $-\frac{3}{2}$       D.  $\frac{2}{3}$
4. 圆 $x^2+y^2+2x+2y-2=0$ 与圆 $x^2+y^2-4x+6y+12=0$ 的位置关系为  
A. 相交      B. 相离      C. 相切      D. 内含

准考证号

姓名

学校

5. 经过两条直线  $2x+y-8=0$  和  $x-2y+1=0$  的交点, 且垂直于直线  $x-y+1=0$  的直线方程为

- A.  $x-y-1=0$     B.  $x+y-1=0$     C.  $x-y-5=0$     D.  $x+y-5=0$

6. 已知不等式  $x^2-ax+b>0$  的解集为  $(-\infty, -1) \cup (2, +\infty)$ , 则不等式  $x^2+ax+b>0$  的解集为

- A.  $(-\infty, -2) \cup (-1, +\infty)$     B.  $(-\infty, -2) \cup (1, +\infty)$   
C.  $(-\infty, -1) \cup (2, +\infty)$     D.  $(-\infty, 1) \cup (2, +\infty)$

7. 若数列  $\{a_n\}$  满足  $a_1 = \frac{1}{2}, \frac{1}{a_{n+1}} - \frac{1}{a_n} = 2 (n \in \mathbb{N}^*)$ , 则  $a_{10} =$

- A.  $\frac{1}{20}$     B.  $\frac{1}{18}$     C. 18    D. 20

8. 下列函数中最小值为 4 的是

- A.  $y = x + \frac{4}{x}$     B.  $y = |\sin x| + \frac{4}{|\sin x|}$   
C.  $y = 3^x + \frac{4}{3^x}$     D.  $y = \lg x + \frac{4}{\lg x}$

9. 正方体  $ABCD-A'B'C'D'$  中,  $AB$  的中点为  $P$ ,  $CC'$  的中点为  $Q$ , 则异面直线  $B'P$  与  $D'Q$  所成的角是

- A.  $30^\circ$     B.  $45^\circ$     C.  $60^\circ$     D.  $90^\circ$

10. 在  $\triangle ABC$  中, 角  $A, B, C$  所对的边分别为  $a, b, c$ . 若  $a \cos A = b \cos B$ , 则  $\triangle ABC$  为

- A. 等腰三角形    B. 直角三角形  
C. 等腰直角三角形    D. 等腰三角形或直角三角形

11. 已知  $a, b, c$  满足  $c < b < a$ , 且  $ac < 0$ , 那么下列选项中一定成立的是

- A.  $ab > ac$     B.  $c(b-a) > 0$     C.  $ab^2 > cb^2$     D.  $ac(a-c) < 0$

12. 设  $m, n$  是两条不同的直线,  $\alpha, \beta$  是两个不同的平面, 则下列结论正确的是

- A. 若  $m \perp \alpha, n \perp \alpha$ , 则  $m \parallel n$   
B. 若  $m \parallel n, m \parallel \alpha$ , 则  $n \parallel \alpha$   
C. 若  $m \subset \alpha, n \subset \beta$ , 则  $m, n$  是异面直线  
D. 若  $\alpha \parallel \beta, m \subset \alpha, n \subset \beta$ , 则  $m \parallel n$  或  $m, n$  是异面直线

13. 在  $\triangle ABC$  中, 角  $A, B, C$  所对的边分别为  $a, b, c$ . 已知下列条件,  $\triangle ABC$  只有一个解的是

- A.  $a=6, b=8, A=30^\circ$     B.  $a=6, b=8, A=60^\circ$   
C.  $a=6, b=8, B=120^\circ$     D.  $a=6, b=8, c=10$

二、填空题:本题共4小题,每小题4分,共16分.

14. 已知数列  $\{a_n\}$  的前4项依次为  $\frac{2}{3}, -\frac{4}{5}, \frac{6}{7}, -\frac{8}{9}$ , 试写出数列  $\{a_n\}$  的一个通项公

式  $a_n =$  \_\_\_\_\_.

15. 已知直线  $l: 3x - y - 6 = 0$  与圆  $C: x^2 + y^2 - 2x - 4y = 0$  相交于  $A, B$  两点, 则  $|AB| =$  \_\_\_\_\_.

16. 一艘海轮从  $A$  出发, 沿北偏东  $75^\circ$  方向航行  $10(\sqrt{3}-1)$  n mile 后到达海岛  $B$ , 然后从  $B$  出发沿北偏东  $30^\circ$  方向航行  $10\sqrt{2}$  n mile 后到达海岛  $C$ , 如果下次直接从  $A$  沿北偏东  $\theta$  方向到达  $C$ , 则  $\theta =$  \_\_\_\_\_.

17. 在空间直角坐标系  $O-xyz$  中, 三棱锥  $P-ABC$  的各顶点都在一个半径为  $r$  的球面上,

$O$  为球心,  $A(r, 0, 0), B(-r, 0, 0), C(-\frac{r}{2}, \frac{\sqrt{3}r}{2}, 0), P(0, 0, r)$ , 则球  $O$  的体积与三棱

锥  $P-ABC$  的体积之比是 \_\_\_\_\_.

三、解答题:共82分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

18. (13分)

已知动点  $M$  到定点  $O(0, 0)$  的距离与到定点  $A(1, 0)$  的距离之比为  $\sqrt{2}$ ,

(1) 求动点  $M$  的轨迹  $C$  的方程;

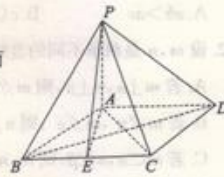
(2) 过点  $P(0, \sqrt{2})$  作轨迹  $C$  的切线, 求该切线的方程.

19. (13分)

如图, 在四棱锥  $P-ABCD$  中,  $PA \perp$  平面  $ABCD$ , 底面  $ABCD$  为菱形.

(1) 求证:  $BD \perp$  平面  $PAC$ ;

(2) 若  $E$  为  $BC$  的中点,  $\angle ABC = 60^\circ$ , 求证: 平面  $PAD \perp$  平面  $PAE$ .



20. (14分)

已知等差数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ , 且  $S_5 - 2a_3 = 25, a_1 = 9$ .

(1) 求数列  $\{a_n\}$  的通项公式;

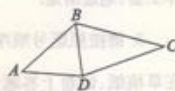
(2) 已知数列  $\{b_n\}$  的前  $n$  项和  $M_n = \frac{3^n - 1}{2}, c_n = a_n b_n$ , 求数列  $\{c_n\}$  的前  $n$  项和  $T_n$ .

21. (14分)

如图, 在平面四边形  $ABCD$  中,  $BD$  为  $\angle ABC$  的角平分线,  $\angle BAD = \frac{\pi}{4}, AD = \sqrt{6}, BD = 2$ .

(1) 求  $\angle ABC$ ;

(2) 若  $\triangle ABC$  的面积  $S = \frac{3\sqrt{3}}{4} AB$ , 求  $CD$  的长.



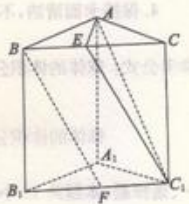
22. (14分)

在直三棱柱  $ABC-A_1B_1C_1$  中,  $AB = AC = 1, AA_1 = 2$ ,

$AB \perp AC, E, F$  分别是  $BC, B_1C_1$  的中点.

(1) 求证:  $BF \parallel$  平面  $AC_1E$ ;

(2) 求直线  $AC_1$  与平面  $BCC_1B_1$  所成角的正弦值.



23. (14分)

如图所示, 将一矩形花坛  $ABCD$  扩建成一个更大的矩形花坛  $AMPN$ , 要求  $B$  点在  $AM$  上,  $D$  点在  $AN$  上, 且对角线  $MN$  过  $C$  点, 已知  $AB = 4$  米,  $AD = 3$  米.

(1) 要使矩形  $AMPN$  的面积大于  $64$  平方米, 则  $DN$  的长应在什么范围内?

(2) 当  $DN$  的长为多少时, 矩形花坛  $AMPN$  的面积最小? 并求出最小值.

