

北京市第五十五中学 2018-2019 学年度第二学期

期中阶段调研

高一数学

本试卷共 2 页，共 120 分，考试时长 100 分钟

第一部分 (选择题 共 48 分)

一、 选择题共 12 小题，每小题 4 分，共 48 分. 在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项.

1. 已知点 $A(1, -1)$, $B(2, t)$, 若向量 $\overrightarrow{AB} = (1, 3)$, 则实数 $t =$ ()

- A. 2 B. 3 C. 4 D. -2

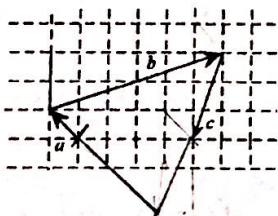
2. 已知 $|\vec{a}| = 5, |\vec{b}| = 1$. 若 $\vec{a} = \lambda \vec{b}$ 且 \vec{b} 与 \vec{a} 的方向相反, 则 $\lambda =$ ()

- A. 5 B. -5 C. $\frac{1}{5}$ D. $-\frac{1}{5}$

3. 已知向量 $\vec{a} = (1, 2)$, $\vec{b} = (x, 4)$, 且 $\vec{a} \perp \vec{b}$, 那么 x 的值为 ()

- A. -2 B. -4 C. -8 D. -16

4. 向量 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ 在正方形网格中的位置如图, 若 $\vec{c} = \lambda \vec{a} + \mu \vec{b} (\lambda, \mu \in R)$, 则 $\frac{\lambda}{\mu} =$ ()



- A. 2 B. 4 C. $\frac{1}{2}$ D. $-\frac{1}{2}$

5. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle B = 60^\circ$, $c = 2$, $b = \sqrt{6}$, 则 $\angle C =$ ()

- A. 无解 B. 135° C. 45° 或 135° D. 45°

6. $\triangle ABC$ 的周长为 7.5cm , 且 $\sin A : \sin B : \sin C = 4 : 5 : 6$, 下式结论成立个数是 ()

① $a : b : c = 4 : 5 : 6$

② $a = 2\text{cm}, b = 2.5\text{cm}, c = 3\text{cm}$

③ $\angle A : \angle B : \angle C = 4 : 5 : 6$

- A. ①② B. ①③ C. ②③ D. ①②③



7. $\triangle ABC$ 中, 若 $a=2$, $\angle C = \frac{\pi}{3}$, $S_{\triangle ABC} = 2\sqrt{3}$, 则 $c =$ ()

- A. $\sqrt{3}$ B. 2 C. $2\sqrt{3}$ D. 4

8. $\triangle ABC$ 中, 已知 $\sin A = 2 \cos B \sin C$, 则 $\triangle ABC$ 是 ()

- A. 直角三角形 B. 等腰三角形 C. 等腰直角三角形 D. 不确定

9. α, β 是两个不同的平面, m 是直线且 $m \subset \alpha$, “ $m \parallel \beta$ ” 是 “ $\alpha \parallel \beta$ ” 的 ()

- A. 充分必要条件 B. 充分而不必要条件
C. 必要而不充分条件 D. 既不充分也不必要条件

10. 已知 m, n, l 为三条不同的直线, α, β 为两个不同的平面, 给出下列六个命题:

- ① 若 $m \subset \alpha$, $n \parallel \alpha$, 则 $m \parallel n$; ② 若 $m \parallel \alpha$ 且 $n \parallel \alpha$, 则 $m \parallel n$
③ 若 $\alpha \parallel \beta$, $m \subset \alpha$, $n \subset \beta$, 则 $m \parallel n$; ④ 若 $m \parallel n$ 且 $n \parallel l$, 则 $m \parallel l$
⑤ 若 $m \perp n$, $m \perp l$, 则 $n \parallel l$; ⑥ 若 $m \subset \alpha$, $n \not\subset \alpha$ 且 $m \parallel n$, 则 $n \parallel \alpha$.

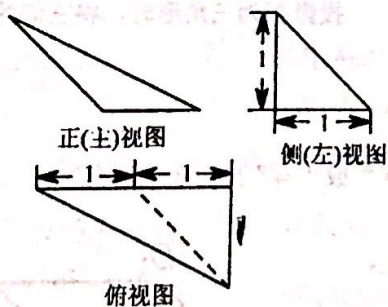
其中真命题的个数为 ()

- A. 5 B. 4 C. 3 D. 2

11. 已知底面边长为 1, 侧棱长为 $\sqrt{2}$ 的正四棱柱的各顶点均在同一个球面上, 则该球的体积为 ()

- A. $\frac{32\pi}{3}$ B. π C. 2π D. $\frac{4\pi}{3}$

12. 某三棱锥的三视图如图所示, 则三棱锥的体积为 ()



- A. $\frac{1}{6}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{2}$ D. 1



第二部分 (非选择题 共 72 分)

二、 填空题共 8 小题, 每小题 4 分, 共 32 分.

13. $\triangle ABC$ 中, 已知 $a = 3\sqrt{3}, c = 2, B = 150^\circ$, 则 $b =$ 4

14. 在 $\triangle ABC$ 中, $a^2 + c^2 = b^2 + \sqrt{2}ac$, 则 $B =$ 45^\circ

15. 已知向量 $|\vec{a}| = 10, |\vec{b}| = 12$, 且 $\vec{a} \cdot \vec{b} = -60$, 则向量 \vec{a} 与 \vec{b} 的夹角为 120^\circ

16. 已知平面向量 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$, $\vec{a} = (-1, 1), \vec{b} = (2, 3), \vec{c} = (-2, k)$, 若 $(\vec{a} + \vec{b}) \perp \vec{c}$, 则实数 $k =$ 1

17. 已知菱形 $ABCD$ 的边长为 2, $\angle BAC = 60^\circ$, 则 $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{AC} =$ 2

18. 已知一个正四棱锥的底面边长是 2, 侧面积是 $4\sqrt{5}$, 则该四棱锥的高为 3

19. 在正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中,

① $BD \parallel$ 平面 CB_1D_1

② 直线 AD 与 CB_1 所成角的大小为 60°

③ $AA_1 \perp BD$

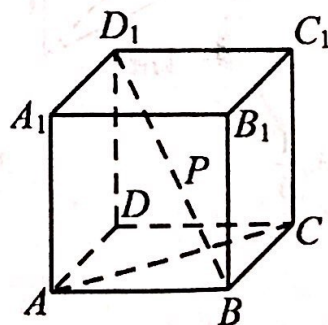
④ 平面 $A_1BC_1 \parallel$ 平面 ACD_1

请把所有正确命题的序号填在横线上 ①③④.

20. 如图, 棱长为 1 的正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, 点 P 是线段 BD_1 上的动点. 当 $\triangle PAC$ 在平面 DCC_1D_1 , 平面 BCC_1B_1 , 平面 $ABCD$ 上的正投影都为三角形时, 将它们的面积分别记为 S_1, S_2, S_3 .

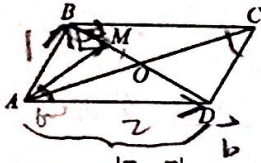
(1) 当 $BP = \frac{1}{3}BD_1$ 时, S_1 ≡ S_2 (用 “>” 或 “=” 或 “<” 填空);

(2) $S_1 + S_2 + S_3$ 的最大值为 1.



三、解答题共4小题，共40分。解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程。

21. 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中， $AB=1$ ， $AD=2$ ， $\angle BAD=60^\circ$ ， BD ， AC 相交于点 O ， M 为 BO 中点。设向量 $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$ ， $\overrightarrow{AD}=\vec{b}$ 。



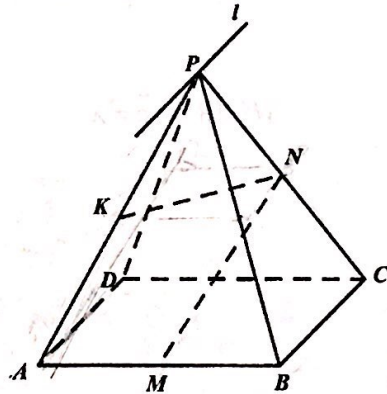
- (1) 求 $|\vec{a}-\vec{b}|$ 的值；
- (2) 用 \vec{a}, \vec{b} 表示 \overrightarrow{BD} 和 \overrightarrow{AM} ；
- (3) 证明： $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{BD}$ 。

22. 在锐角 $\triangle ABC$ 中，内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c ，且 $2a \sin B = \sqrt{3}b$ 。

- (1) 求角 A 的大小；
- (2) 若 $a=6$ ， $b+c=8$ ，求 $\triangle ABC$ 的面积。

23. 如图所示，已知点 P 是 $\square ABCD$ 所在平面外一点， M, N, K 分别 AB, PC, PA 的中点，平面 $PBC \cap$ 平面 $APD = l$ 。

- (1) 求证： $MN \parallel$ 平面 PAD ；
- (2) 直线 PB 上是否存在点 H ，使得平面 $NKH \parallel$ 平面 $ABCD$ ，并加以证明；
- (3) 求证： $l \parallel BC$ 。



24. 已知集合 $S_n = \{X | X = (x_1, x_2, \dots, x_n), x_i \in \mathbb{N}^*, i=1, 2, \dots, n\} (n \geq 2)$ 。对于

$A = (a_1, a_2, \dots, a_n)$ ， $B = (b_1, b_2, \dots, b_n) \in S_n$ ，定义 $\overline{AB} = (b_1 - a_1, b_2 - a_2, \dots, b_n - a_n)$ ；
 $\lambda(a_1, a_2, \dots, a_n) = (\lambda a_1, \lambda a_2, \dots, \lambda a_n) (\lambda \in \mathbb{R})$ ；

A 与 B 之间的距离为 $d(A, B) = \sum_{i=1}^n |a_i - b_i| = |a_1 - b_1| + |a_2 - b_2| + \dots + |a_n - b_n|$ 。

- (1) 当 $n=5$ 时，设 $A = (1, 2, 1, 2, 5)$ ， $B = (2, 4, 2, 1, 3)$ ，求 $d(A, B)$ ；
- (2) 证明：若 $A, B, C \in S_n$ ，且 $\exists \lambda > 0$ ，使 $\overline{AB} = \lambda \overline{BC}$ ，
 则 $d(A, B) + d(B, C) = d(A, C)$ ；
- (3) 记 $I = (1, 1, \dots, 1) \in S_{20}$ ，若 $A, B \in S_{20}$ ，且 $d(I, A) = d(I, B) = 13$ ，
 求 $d(A, B)$ 的最大值。

