

# 泉港二中 2018-2019 高一下数学期末考试题

(考试时间: 120分钟 总分: 150分)

## 一、选择题 (每题 5 分, 共 60 分, 在每小题给出的四个选项中只有一项是符合题目要求的)

1、下列不等式中成立的是( )

A. 若  $a > b$ , 则  $ac^2 > bc^2$

B. 若  $a > b$ , 则  $a^2 > b^2$

C. 若  $a > b$ ,  $c > d$ , 则  $a - c > b - d$

D. 若  $a < b < 0$ , 则  $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$

2、 $\triangle ABC$  的内角  $A, B, C$  的对边分别为  $a, b, c, a = \sqrt{2}, b = \sqrt{3}, B = 60^\circ$ , 那么角  $A$  等于 ( )

A.  $45^\circ$

B.  $60^\circ$

C.  $135^\circ$

D.  $135^\circ$  或  $45^\circ$

3、已知等比数列  $\{a_n\}$  的前三项依次为  $a-1, a+1, a+4$ , 则  $a_n =$  ( )

A.  $4 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^n$

B.  $4 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^n$

C.  $4 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{n-1}$

D.  $4 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}$

4、已知直线  $m$  和平面  $\alpha, \beta$ , 则下列四个命题中正确的是 ( )

A. 若  $\alpha \perp \beta, m \subset \beta$ , 则  $m \perp \alpha$

B. 若  $\alpha \parallel \beta, m \perp \alpha$ , 则  $m \perp \beta$

C. 若  $\alpha \parallel \beta, m \parallel \alpha$ , 则  $m \parallel \beta$

D. 若  $m \parallel \alpha, m \parallel \beta$ , 则  $\alpha \parallel \beta$

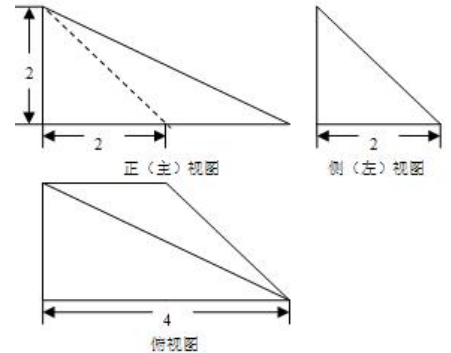
5、一个几何体的三视图如图所示, 则这个几何体的体积等于 ( )

A. 12

B. 4

C.  $\frac{56}{3}$

D.  $\frac{8\sqrt{3}}{3}$



6、已知实数  $x, y$  满足约束条件  $\begin{cases} x \geq 2, \\ y \geq 2, \\ x + y \leq 6, \end{cases}$  则  $z = 2x + 4y$  的最大值为 ( )

A. 24

B. 20

C. 16

D. 12

7、一元二次不等式  $ax^2 + bx + 2 > 0$  的解集为  $(-\frac{1}{2}, \frac{1}{3})$ , 则  $a + b$  的值是 ( )

A. 10

B. -10

C. 14

D. -14

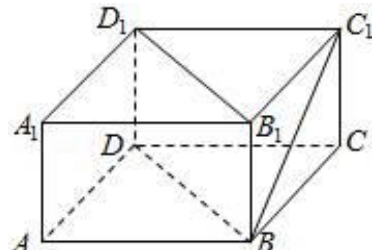
8、如图, 在长方体  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$  中,  $AB = BC = 2, AA_1 = 1$ , 则  $BC_1$  与平面  $BB_1D_1D$  所成角的正弦值为 ( )

A.  $\frac{\sqrt{6}}{3}$

B.  $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

C.  $\frac{\sqrt{15}}{5}$

D.  $\frac{\sqrt{10}}{5}$



9、若过点  $A(2, 4)$  的直线  $l$  与两坐标轴所围成的三角形面积为 16, 则这样的直线  $l$  有 ( )

A. 1 条

B. 2 条

C. 3 条

D. 4 条

10、某工厂的产值第二年比第一年的增长率是  $P_1$ , 第三年比第二年的增长率是  $P_2$ , 而这两年的平均增长率为  $P$ , 在  $P_1 + P_2$  为定值的情况下,  $P$  的最大值为 ( )

A.  $\frac{P_1 + P_2}{2}$

B.  $\sqrt{P_1 P_2}$

C.  $\frac{P_1 P_2}{2}$

D.  $\sqrt{(1 + P_1)(1 + P_2)}$

- 11、若圆锥的底面半径长为 4，高为 6，在这个圆锥内有一个内接圆柱，设这个圆柱的高为  $x$ ，则当  $x$  取何值时，圆柱的侧面积最大 ( )  
 A. 2                                      B. 3                                      C. 4                                      D. 5

- 12、在周长为 16 的  $\triangle PMN$  中， $MN=6$ ，则  $\overline{PM} \cdot \overline{PN}$  的取值范围是 ( )  
 A. (7, 16)                                      B. (7, 16]                                      C. [7, 16)                                      D. [7, 16]

**二、填空题 (每小题 5 分，共 20 分)**

- 13、两直线  $3x + y - 3 = 0$  与  $6x + my + 1 = 0$  平行，则  $m =$  \_\_\_\_\_

- 14、圆  $x^2 + y^2 - 4x = 0$  在点  $P(1, \sqrt{3})$  处的切线方程为 \_\_\_\_\_

- 15、我舰在敌岛 A 南偏西  $50^\circ$  距离 A 岛 12 海里的 B 处，发现敌舰正由 A 岛沿北偏西  $10^\circ$  的方向以 10 海里/小时的速度航行，若我舰要用 2 小时追上敌舰，则我舰的速度大小为 \_\_\_\_\_

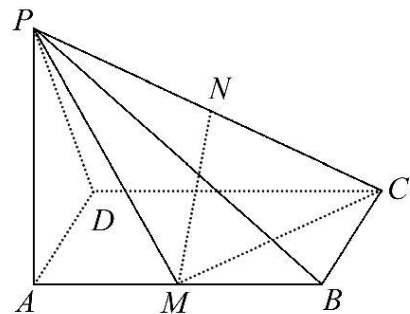
- 16、已知正实数  $m, n$  满足  $2m + n - mn + 2 = 0$ ，则  $m + n$  的最小值为 \_\_\_\_\_

**三、解答题 (本大题共 6 小题，满分 70 分，解答应写出文字说明，推理过程或演算步骤)**

- 17、(本题满分 10 分) 在  $\triangle ABC$  中，角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c，并且满足

$\sqrt{3}a \cos C - c \sin A = 0$  (1)求角 C 的大小 (2)已知  $b = 4$ ， $\triangle ABC$  的面积为  $6\sqrt{3}$ ，求边长 c 的值

- 18、(本题满分 12 分) 如图所示，四棱锥 P-ABCD 中，底面 ABCD 是矩形， $PA \perp$  平面 ABCD，点 M, N 分别是 AB, PC 的中点，且  $PA = AD$   
 (1)求证：MN // 平面 PAD (2)求证：平面 PMC  $\perp$  平面 PCD



- 19、(本题满分 12 分) 已知关于  $x$  的一元二次不等式  $x^2 + 2mx + m + 2 \geq 0$  的解集为  $R$

(1)求实数  $m$  的取值范围 (2)求函数  $f(m) = m + \frac{3}{m+2}$  的最小值

(3)解关于  $x$  的一元二次不等式  $x^2 + (m-3)x - 3m > 0$

20、(本题满分 12 分) 已知公差不为零的等差数列  $\{a_n\}$  中,  $a_3 = 7$ , 且  $a_1, a_4, a_{13}$  成等比数列

(1) 求数列  $\{a_n\}$  的通项公式 (2) 令  $b_n = \frac{1}{a_n^2 - 1}$  ( $n \in \mathbb{N}^*$ ), 求数列  $\{b_n\}$  的前  $n$  项和  $S_n$

21、(本题满分 12 分) 已知点  $M(3,1)$ , 直线  $ax - y + 4 = 0$  及圆  $C: (x-1)^2 + (y-2)^2 = 4$

(1) 求过  $M$  点的圆  $C$  的切线方程; (2) 若直线  $ax - y + 4 = 0$  与圆  $C$  相切, 求  $a$  的值;

(3) 若直线  $ax - y + 4 = 0$  与圆  $C$  相交于  $A, B$  两点, 且弦  $AB$  的长为  $2\sqrt{3}$ , 求  $a$  的值

22、(本题满分 12 分) 已知数列  $\{a_n\}$  满足  $4a_n = a_{n-1} - 3$  ( $n \geq 2$ , 且  $n \in \mathbb{N}^*$ ), 且  $a_1 = -\frac{3}{4}$ ,

设  $b_n + 2 = 3 \log_{\frac{1}{4}}(a_n + 1)$ ,  $n \in \mathbb{N}^*$ , 数列  $\{c_n\}$  满足  $c_n = (a_n + 1)b_n$

(1) 求证: 数列  $\{a_n + 1\}$  是等比数列并求出数列  $\{a_n\}$  的通项公式

(2) 求数列  $\{c_n\}$  的前  $n$  项和  $S_n$

(3) 对于任意  $n \in \mathbb{N}^*$ ,  $t \in [0, 1]$ ,  $c_n \leq tm^2 - m - \frac{1}{2}$  恒成立, 求实数  $m$  的取值范围.

**参考答案:**

一、选择题: 每小题 5 分, 共 50 分。

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	D	A	C	B	B	B	D	D	C	A	B	C

二、填空题: 每小题 4 分, 共 20 分

13、 2                      14、  $x - \sqrt{3}y + 2 = 0$                       15、 14                      16、 7

17、(本题满分 10 分)解: (1)在 $\triangle ABC$ 中, 由正弦定理得:  $\sqrt{3}\sin A \cos C - \sin C \sin A = 0$

因为  $0 < A < \pi$ , 所以  $\sin A > 0$ , 从而  $\sqrt{3}\cos C = \sin C$ , 又  $\cos C \neq 0$ , 所以  $\tan C = \sqrt{3}$ ,

$$\text{所以 } C = \frac{\pi}{3} \quad (5 \text{ 分})$$

(2) 在  $\triangle ABC$  中,  $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times 4a \times \sin \frac{\pi}{3} = 6\sqrt{3}$ , 得  $a = 6$ , 由余弦定理得:

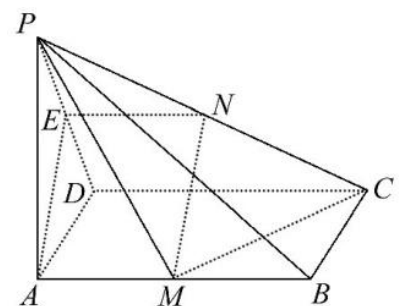
$$c^2 = 6^2 + 4^2 - 2 \times 6 \times 4 \cos \frac{\pi}{3} = 28,$$

$$\text{所以 } c = 2\sqrt{7} \quad (10 \text{ 分})$$

18、(本题满分 12 分) (1) 设 PD 的中点为点 E, 连接 AE, NE, 由点 N 为 PC 的中点知

$EN \parallel \frac{1}{2}DC$ , 又 ABCD 是矩形, 所以  $DC \parallel AB$ , 所以  $EN \parallel \frac{1}{2}AB$ , 又点 M 是 AB 的中点, 所以  $EN \parallel AM$ , 所以 AMNE 是平行四边形, 所以  $MN \parallel AE$ , 而  $AE \subset$  平面 PAD,  $MN \not\subset$  平面 PAD, 所以  $MN \parallel$  平面 PAD. (6 分)

(2) 因为  $PA = AD$ , 所以  $AE \perp PD$ , 又因为  $PA \perp$  平面 ABCD,  $CD \subset$  平面 ABCD, 所以  $CD \perp PA$ , 而  $CD \perp AD$ , 所以  $CD \perp$  平面 PAD, 所以  $CD \perp AE$ , 因为  $PD \cap CD = D$ , 所以  $AE \perp$  平面 PCD, 因为  $MN \parallel AE$ , 所以  $MN \perp$  平面 PCD, 又  $MN \subset$  平面 PMC, 所以平面 PMC  $\perp$  平面 PCD. (12 分)



19、(本题满分 12 分)解: (1) 因为  $x^2 + 2mx + m + 2 \geq 0$  的解集为 R, 所以相应方程的  $\Delta = 4m^2 - 4(m + 2) \leq 0$ ,

解得:  $-1 \leq m \leq 2$ . 所以实数 m 的取值范围为  $[-1, 2]$  (4 分)

(2) 因为  $-1 \leq m \leq 2$ . 所以  $1 \leq m + 2 \leq 4$ , 所以  $f(m) = m + \frac{3}{m + 2} = m + 2 - \frac{1}{m + 2} + 2$

$$\geq 2\sqrt{(m + 2) \cdot \frac{3}{m + 2}} - 2 = 2\sqrt{3} - 2, \text{ 当且仅当 } m = \sqrt{3} - 2 \text{ 时取等号,}$$

3

所以函数  $f(m)=m+\sqrt{m+2}$  的最小值为  $2\sqrt{3}-2$  (8分)

(3)  $x^2+(m-3)x-3m>0$ , 可化为  $(x+m)(x-3)>0$ , 因为  $-1\leq m\leq 2$

所以  $-2\leq -m\leq 1$ . 所以不等式的解集为  $(-\infty, -m)\cup(3, +\infty)$  (12分)

20、(本题满分 12 分)解: (1) 设数列  $\{a_n\}$  的公差为  $d$ . 因为  $\begin{cases} a_3 = 7, \\ a_1 \cdot a_{13} = a_4^2, \end{cases}$

所以  $\begin{cases} a_1 + 2d = 7, \\ a_1(a_1 + 12d) = (a_1 + 3d)^2, \end{cases}$

解得:  $d=2$  或  $d=0$ (舍), 所以  $a_1=3$ , 所以  $a_n=2n+1(n\in N^*)$ . (6分)

(2)  $b_n = \frac{1}{(2n+1)^2 - 1} = \frac{1}{4n(n+1)} = \frac{1}{4} \left( \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \right)$ .

所

以

$S_n = \frac{1}{4} \left[ \left( 1 - \frac{1}{2} \right) + \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) + \dots + \left( \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \right) \right] = \frac{1}{4} \left( 1 - \frac{1}{n+1} \right) = \frac{n}{4(n+1)} (n\in N^*)$ .

(12分)

21、(本题满分 12 分)解: (1)  $\because$  点  $M(3, 1)$  到圆心  $(1, 2)$  的距离  $d = \sqrt{4+1} = \sqrt{5} > 2 =$

$\therefore$  点  $M$  在圆  $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 4$  外,

$\therefore$  当  $x=3$  时满足与  $M$  相切,

当斜率存在时设为  $y-1 = k(x-3)$ , 即  $kx - y - 3k + 1 = 0$ ,

由  $\frac{|k-2+1-3k|}{\sqrt{k^2+1}} = 2 \therefore k = \frac{3}{4}$ .

$\therefore$  所求的切线方程为  $x=3$  或  $3x - 4y - 5 = 0$  (4分)

(2) 由  $ax - y + 4 = 0$  与圆相切,

知  $\frac{|a-2+4|}{\sqrt{1+a^2}} = 2$ ,

计算得出  $a=0$  或  $a = \frac{4}{3}$ . (8分).

(3) 圆心到直线的距离  $d = \frac{|a+2|}{\sqrt{1+a^2}}$ ,

又  $l = 2\sqrt{3}$ ,  $r = 2$ , 由  $r^2 = d^2 + (\frac{l}{2})^2$ , 计算得出  $a = -\frac{3}{4}$  (12分)

22、(本题满分 12 分)解: (1) 因为  $4a_n = a_{n-1} - 3$ , 所以  $4a_n + 4 = a_{n-1} + 1$ ,  $a_n + 1 = \frac{1}{4}(a_{n-1} + 1)$ ,

所以  $\{a_n + 1\}$  是等比数列, 其中首项是  $a_1 + 1 = \frac{1}{4}$ , 公比为  $\frac{1}{4}$ , 所以  $a_n + 1 = \left(\frac{1}{4}\right)^n$ ,  $a_n = \left(\frac{1}{4}\right)^n - 1$  (4分)

$g_1$   
(2)  $b_n + 2 = 3 \log_{\frac{1}{4}}(a_n + 1)$  ( $n \in \mathbb{N}^*$ ), 所以  $b_n = 3n - 2$ ,

由(1)知,  $a_n + 1 = \left(\frac{1}{4}\right)^n$ , 又  $b_n = 3n - 2$ , 所以  $c_n = (3n - 2) \times \left(\frac{1}{4}\right)^n$  ( $n \in \mathbb{N}^*$ ).

所以  $S_n = 1 \times \frac{1}{4} + 4 \times \left(\frac{1}{4}\right)^2 + 7 \times \left(\frac{1}{4}\right)^3 + \dots + (3n - 5) \times \left(\frac{1}{4}\right)^{n-1} + (3n - 2) \times \left(\frac{1}{4}\right)^n$ ,

所以  $\frac{1}{4} S_n = 1 \times \left(\frac{1}{4}\right)^2 + 4 \times \left(\frac{1}{4}\right)^3 + 7 \times \left(\frac{1}{4}\right)^4 + \dots + (3n - 5) \times \left(\frac{1}{4}\right)^n + (3n - 2) \times \left(\frac{1}{4}\right)^{n+1}$ , 两式相减得

$\frac{3}{4} S_n = \frac{1}{4} + 3 \left[ \left(\frac{1}{4}\right)^2 + \left(\frac{1}{4}\right)^3 + \dots + \left(\frac{1}{4}\right)^n \right] - (3n - 2) \times \left(\frac{1}{4}\right)^{n+1} = \frac{1}{2} - (3n + 2) \times \left(\frac{1}{4}\right)^{n+1}$ .

所以  $S_n = \frac{2(3n + 2)}{3} \left(\frac{1}{4}\right)^n$  (8分)

(3)  $c_{n+1} - c_n = (3n + 1) \left(\frac{1}{4}\right)^{n+1} - (3n - 2) \left(\frac{1}{4}\right)^n = 9(1 - n) \left(\frac{1}{4}\right)^{n+1}$  ( $n \in \mathbb{N}^*$ ), 所以当  $n = 1$  时,  $c_2 = c_1 = \frac{1}{4}$ , 当  $n \geq 2$  时,  $c_{n+1} < c_n$ , 即  $c_1 = c_2 > c_3 > c_4 > \dots > c_n$ ,

所以当  $n = 1$  或  $n = 2$  时,  $c_n$  取最大值是  $\frac{1}{4}$ , 只需  $\frac{1}{4} \leq tm^2 - m - \frac{1}{2}$ ,

即  $tm^2 - m - \frac{1}{4} \geq 0$  对于任意  $t \in [0, 1]$  恒成立, 即  $\begin{cases} m^2 - m - \frac{3}{4} \geq 0, \\ m + \frac{3}{4} \leq 0, \end{cases}$  所以  $m \leq -\frac{3}{4}$  (12分)