

高一数学

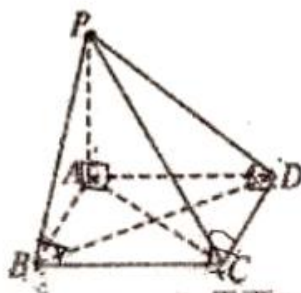
注意事项：

1. 答题前填写好自己的姓名、班级、考号等信息；
2. 请将答案正确填写在答题卡上；

卷 I (选择题)

二、选择题 (本题共计 12 小题，每题 5 分，共计 60 分)

1. 设集合 $A = \{3, 5, 6, 8\}$, 集合 $B = \{4, 5, 7, 8\}$, 则 $A \cap B$ 等于 ()
 A. $\{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ B. $\{3, 6\}$ C. $\{4, 7\}$ D. $\{5, 8\}$
2. 设定义域在 R 上的函数 $f(x) = x \cdot |x|$, 则 $f(x)$ ()
 A. 既是奇函数, 又是增函数 B. 既是偶函数, 又是增函数
 C. 既是奇函数, 又是减函数 D. 既是偶函数, 又是减函数
3. $4\left(\frac{16}{49}\right)^{-\frac{1}{2}} + \lg 2 + \lg 50 = ($)
 A. 9 B. 10 C. 11 D. 12
4. 已知 m, n 为两条直线, α, β 为两个不同的平面, 则下列说法正确的是 ()
 A. 若 $m // \alpha, \alpha // \beta$, 则 $m // \beta$ B. 若 $\alpha \perp \beta, m \subset \alpha$, 则 $m \perp \beta$
 C. 若 $m \perp \alpha, m // n, \alpha \perp \beta$, 则 $n // \beta$ D. 若 $m \perp \alpha, m // n, \alpha // \beta$, 则 $n \perp \beta$
5. 过点 $(-1, 3)$ 且平行于直线 $x - 2y + 3 = 0$ 的直线方程为 ()
 A. $x - 2y + 7 = 0$ B. $2x + y - 1 = 0$ C. $x - 2y - 5 = 0$ D. $2x + y - 5 = 0$
6. 下列命题中错误的是 ()
 A. 如果平面 $\alpha \perp$ 平面 β , 那么平面 α 内一定存在直线平行于平面 β
 B. 如果平面 α 不垂直于平面 β , 那么平面 α 内一定不存在直线垂直于平面 β
 C. 如果平面 $\alpha \perp$ 平面 γ , 平面 $\beta \perp$ 平面 $\gamma, \alpha \cap \beta = l$, 那么 $l \perp$ 平面 γ
 D. 如果平面 $\alpha \perp$ 平面 β , 那么平面 α 内所有直线都垂直于平面 β
7. 如图, PA 垂直于正方形 $ABCD$ 所在平面, 则以下关系错误的是 ()



- | | |
|----------------------------|----------------------------|
| A. 平面 $PCD \perp$ 平面 PAD | B. 平面 $PCD \perp$ 平面 PBC |
| C. 平面 $PAB \perp$ 平面 PBC | D. 平面 $PAB \perp$ 平面 PAD |

8. 已知 $a = 3^{-\frac{1}{3}}$, $b = \log_2 \frac{1}{3}$, $c = \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{3}$, 则 ()
- A. $a > b > c$ B. $a > c > b$ C. $c > a > b$ D. $c > b > a$

9. 设 α 和 β 为不重合的两个平面, 给出下列命题中, 正确命题有 ()
- (a) 若 α 内的两条相交直线分别平行于 β 内的两条直线, 则 α 平行于 β ;
 (b) 若 α 外一条直线 l 与 α 内的一条直线平行, 则 l 与 α 平行;
 (c) 设 α 和 β 相交于直线 l , 若 α 内有一条直线垂直于 l , 则 α 和 β 垂直;
 (d) 直线 l 与 α 垂直的充分必要条件是 l 与 α 内的两条直线垂直.
- A. 1个 B. 2个 C. 3个 D. 4个

10. 函数 $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^{x^2 - 6x + 5}$ 的单调递减区间为 ()
- A. $(-\infty, +\infty)$ B. $[-3, 3]$ C. $(-\infty, 3]$ D. $[3, +\infty)$

11. 圆柱形容器内盛有高度为 6cm 的水, 若放入三个相同的球 (球的半径与圆柱的底面半径相同) 后, 水恰好淹没最上面的球 (如图所示), 则球的半径是 ()



- A. $\frac{6}{7}\text{cm}$ B. 2cm
 C. 3cm D. 4cm

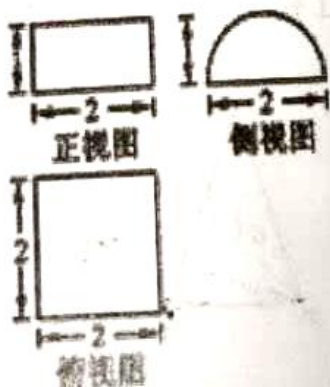
12. 若直线 $l_1: y = kx + k + 2$ 与 $l_2: y = -2x + 4$ 的交点在第一象限, 则实数 k 的取值范围是 ()
- A. $k > -\frac{2}{3}$ B. $k < 2$ C. $-\frac{2}{3} < k < 2$ D. $k < -\frac{2}{3}$ 或 $k > 2$

卷 II (非选择题)

5. 填空题 (本题共计 4 小题, 每题 5 分, 共计 20 分)

13. 函数 $y = \frac{\sqrt{x+4}}{x+2}$ 的定义域为 _____.

14. 一个几何体的三视图如图所示, 则几何体的体积为 _____.



15. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} 3^x & (x \leq 0) \\ \log_2 x & (x > 0) \end{cases}$, 则 $f[f(2)] =$ _____.

16. 已知过球面上三点 A, B, C 的截面到球心 O 的距离等于球半径的一半, 且 $AB = BC = CA = 3\text{cm}$, 则球的体积是 _____.

三、解答题 (本题共计 6 小题, 共计 70 分)

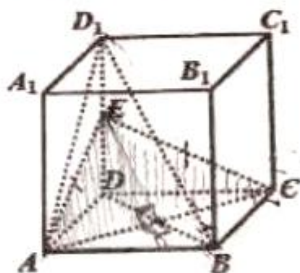
17. (10分) (1) 求与直线 $2x + 3y - 5 = 0$ 垂直, 且经过点 $(2, 5)$ 的直线方程.
(2) 求与直线 $3x - 4y + 7 = 0$ 平行, 且与原点的距离为 6 的直线方程.

18. (12分) 已知直线 $l_1: x + my + 1 = 0$ 和 $l_2: (m - 3)x - 2y + (13 - 7m) = 0$.
(1) 若 $l_1 \perp l_2$, 求实数 m 的值;
(2) 若 $l_1 \parallel l_2$, 求 l_1 与 l_2 之间的距离 d .

19. (12分) 已知函数 $f(x) = \log_{\frac{1}{2}}[(x-2)(x+2)]$:

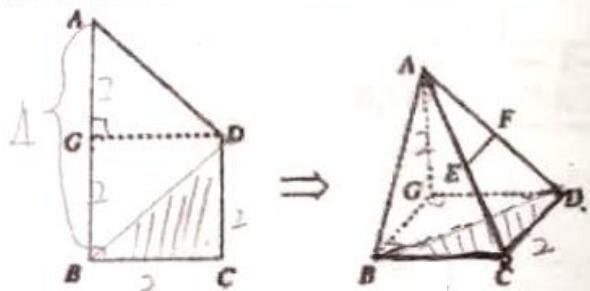
(1) 求函数 $f(x)$ 的定义域, 再判断奇偶性并说明理由;
(2) 试探究函数 $f(x)$ 在区间 $(2, +\infty)$ 上的单调性, 并证明你的结论.

20. (12分) 如图, 在正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, E 为 DD_1 的中点.



(1) 证明: $BD_1 \parallel$ 平面 AEC ;
(2) 证明: 平面 $AEC \perp$ 平面 BDD_1 .

21. (12分) 如图, 在直角梯形 $ABCD$ 中, $\angle B = 90^\circ$, $DC \parallel AB$, $BC = CD = \frac{1}{2}AB = 2$, G 为线段 AB 的中点, 将 $\triangle ADG$ 沿 GD 折起, 使平面 $ADG \perp$ 平面 $BCDG$, 得到几何体 $A - BCDG$.



(1) 若 E, F 分别为线段 AC, AD 的中点, 求证: $EF \parallel$ 平面 ABG ;

(2) 求三棱锥 $C-ABD$ 的体积.

22. (12分) 如图, 在三棱锥 $D-ABC$ 中, 已知 $\triangle BCD$ 是正三角形, $AB \perp$ 平面 BCD , $AB = BC = a$, E 为 BC 点, F 棱 AC 上, 且 $AF = 3FC$.

(1) 求三棱锥 $D-ABC$ 的体积;

(2) 求证: $AC \perp$ 平面 DEF ;

(3) 若 M 为 DB 中点, N 在棱 AC 上, 且 $CN = \frac{3}{8}CA$, 求证: $MN \parallel$ 平面 DEF .

