

# “长汀、上杭、武平、连城、漳平、永定一中”六校联考

## 2018-2019 学年第一学期半期考

### 高二数学（文科）试题

（考试时间：120 分钟 总分：150 分）

命题人：长汀一中 周兴腾 上杭一中 李小红 连城一中 李仰富

本试卷分第 I 卷（选择题）和第 II 卷（非选择题）两部分，满分 150 分，考试时间 120 分钟。

注意事项：

1. 答题前，考生务必用黑色铅字笔将自己的姓名、准考证号、考场号、座位号在答题卡上填写清楚，并请认真核准条形码上的准考证号、姓名、考场号、座位号及科目，在规定的位置贴好条形码。

2. 第 I 卷每小题选出答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选择其它答案标号，第 II 卷用 0.5 毫米黑色签字笔在答题卡上书写作答。在试卷上作答，答案无效。

### 第 I 卷（选择题 共 60 分）

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 如果  $a < b < 0$ ，那么下列各式一定成立的是（ ）

- A.  $a - b > 0$       B.  $ac < bc$       C.  $a^2 > b^2$       D.  $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$

2. 在等比数列  $\{a_n\}$  中， $a_4 \cdot a_8 = 16$ ，则  $a_2 \cdot a_{10} =$ （ ）

- A. 12      B. 16      C. 20      D. 24

3. 不等式  $-x^2 - 5x + 6 \leq 0$  的解集为（ ）

- A.  $\{x | x \geq 6 \text{ 或 } x \leq -1\}$     B.  $\{x | x \leq 2 \text{ 或 } x \geq 3\}$     C.  $\{x | -6 \leq x \leq 1\}$     D.  $\{x | x \leq -6 \text{ 或 } x \geq 1\}$

4. 在  $\triangle ABC$  中， $A = 60^\circ$ ， $a = \sqrt{3}$ ， $b = \sqrt{2}$ ，则  $B$  等于（ ）

- A.  $45^\circ$  或  $135^\circ$       B.  $45^\circ$       C.  $135^\circ$       D.  $30^\circ$

5. 设变量  $x, y$  满足约束条件  $\begin{cases} 3x + y - 6 \geq 0, \\ x - y - 2 \leq 0, \\ y - 3 \leq 0, \end{cases}$  则目标函数  $z = y - 2x$  的最小值为 ( )

- A. -7                      B. -4                      C. 1                      D. 2

6. 已知等差数列  $\{a_n\}$  中,  $a_6 = 4$ , 则数列  $\{a_n\}$  的前 11 项和  $S_{11}$  等于 ( )

- A. 22                      B. 33                      C. 44                      D. 55

7. 已知  $\triangle ABC$  满足  $c = 2a \cos B$ , 则  $\triangle ABC$  的形状是 ( )

- A. 等腰三角形      B. 直角三角形      C. 等腰直角三角形      D. 等腰三角形或直角三角形

8. 设  $a > 0, b > 0$ , 若  $\frac{1}{2}$  是  $a$  和  $b$  的等差中项, 则  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$  的最小值是 ( )

- A. 4                      B. 2                      C. 1                      D.  $\frac{1}{4}$

9. 已知等比数列  $\{a_n\}$  的公比  $q = -\frac{1}{3}$ , 则  $\frac{a_1 + a_3 + a_5 + a_7}{a_3 + a_5 + a_7 + a_9}$  等于 ( )

- A.  $-\frac{1}{3}$                       B. -3                      C.  $\frac{1}{9}$                       D. 9

10. 已知公差不为 0 的等差数列  $\{a_n\}$  满足  $a_1, a_3, a_4$ , 成等比数列,  $S_n$  为数列  $\{a_n\}$  的前  $n$

项和, 则  $\frac{S_3 - S_2}{S_5 - S_3}$  的值为 ( )

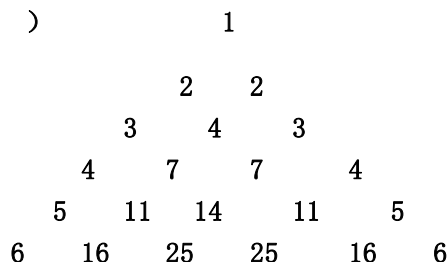
- A. -3                      B. -2                      C. 3                      D. 2

11. 在  $\triangle ABC$  中, 内角  $A, B, C$  的对边分别是  $a, b, c$ , 若  $a^2 - b^2 = \sqrt{3}bc$ ,  $\sin C = 2\sqrt{3}\sin B$ , 则  $A =$  ( )

- A.  $30^\circ$                       B.  $60^\circ$                       C.  $120^\circ$                       D.  $150^\circ$

12. 如图, 它满足①第  $n$  行首尾两数均为  $n$ , ②表中的递推关系类似杨辉三角, 则第 19

行 ( $n \geq 2$ ) 第 2 个数是 ( )



- A. 170                      B. 172                      C. 174                      D. 176

## 第 II 卷（非选择题，共 90 分）

二. 填空题：本大题共 4 小题，每题 5 分，共 20 分。

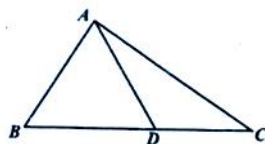
13. 不等式  $\frac{x-1}{x+3} < 0$  的解集为\_\_\_\_\_

14. 已知  $A$  船在灯塔  $C$  北偏东  $85^\circ$  且  $A$  到  $C$  的距离为  $2\text{km}$ ， $B$  船在灯塔  $C$  北偏西  $65^\circ$  且  $B$  到  $C$  的距离为  $\sqrt{3}\text{km}$ ，则  $A, B$  两船的距离为\_\_\_\_\_

15. 等差数列  $\{a_n\}$  中， $a_3 = 3$ ， $a_1 + a_7 = 8$ 。则数列  $\left\{\frac{1}{a_{n+1} \cdot a_n}\right\}$  的前 2018 项和为\_\_\_\_\_

16. 如图， $D$  是直角三角形  $\triangle ABC$  斜边  $BC$  上一点，

$AC = \sqrt{3}DC$ ， $BD = 2DC$ ，且  $AD = 2\sqrt{2}$ ，则  $DC =$ \_\_\_\_\_.



三. 解答题：本大题共 6 小题，共 70 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

17. (本小题满分 10 分) 已知  $\triangle ABC$  的内角  $A, B, C$  所对的边分别为  $a, b, c$ ，且  $a = 2$ 。

(1) 若  $b = 2\sqrt{3}$ ，角  $A = 30^\circ$ ，求角  $B$  的值；

(2) 若  $\triangle ABC$  的面积  $S_{\triangle ABC} = 3$ ， $\cos B = \frac{4}{5}$ ，求  $b, c$  的值。

18. (本小题满分 12 分). 已知数列  $\{a_n\}$  中， $a_1 = 1, a_{n+1} = 2a_n (n \in \mathbb{N}^*)$ ，数列  $\{b_n\}$  是公差为 3 的等差数列，且  $b_2 = a_3$ 。

(I) 求数列  $\{a_n\}$ 、 $\{b_n\}$  的通项公式；

(II) 求数列  $\{a_n - b_n\}$  的前  $n$  项和  $S_n$

19. (本小题满分 12 分) 已知关于  $x$  的不等式  $kx^2 - 2x + 3k < 0$ 。

(1) 若不等式的解集为  $\{x | x < -3 \text{ 或 } x > -1\}$ ，求  $k$  的值；

(2) 若不等式的解集为  $\emptyset$ ，求实数  $k$  的取值范围。

20. (本小题满分 12 分) 在  $\triangle ABC$  中, 角  $A$ 、 $B$ 、 $C$  所对的边分别为  $a$ 、 $b$ 、 $c$ , 已知

$$2S_{\triangle ABC} - \sqrt{3}\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = 0.$$

(I) 求角  $B$ ;

(II) 若  $b = 2$ , 求  $a + c$  的取值范围.

21. (本小题满分 12 分) 某新成立的汽车租赁公司今年年初用 102 万元购进一批新汽车, 在使用期间每年有 20 万元的收入, 并立即投入运营, 计划第一年维修、保养费用 1 万元, 从第二年开始, 每年所需维修、保养费用比上一年增加 1 万元, 该批汽车使用后, 同时该

批汽车第  $x$  ( $x \in N^*$ ,  $x \leq 20$ ) 年底可以以  $\left(30 - \frac{1}{2}x\right)$  万元的价格出售

(I) 求该公司到第  $x$  年底所得总利润  $y$  (万元) 关于  $x$  (年) 的函数解析式, 并求其最大值;

(II) 为使经济效益最大化, 即年平均利润最大, 该公司应在第几年底出售这批汽车? 说明理由.

22. (本题满分 12 分) 已知数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ ,  $S_n = 2a_n - 2$ .

(I) 求数列  $\{a_n\}$  的通项公式;

(II) 设数列  $\{b_n\}$  的前  $n$  项和为  $T_n$ ,  $b_1 = 1$ , 点  $(T_{n+1}, T_n)$  在直线  $\frac{x}{n+1} - \frac{y}{n} = \frac{1}{2}$  上, 若存在

$n \in N_+$ , 使不等式  $\frac{2b_1}{a_1} + \frac{2b_2}{a_2} + \cdots + \frac{2b_n}{a_n} \geq m$  成立, 求实数  $m$  的最大值.