“长汀、上杭、武平、连城、漳平、永定一中”六校联考
2018-2019 学年第一学期半期考
高二数学（文科）试题参考答案

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	C	B	D	B	A	C	A	A	D	D	A	B

二．填空题：本大题共 4 小题，每题 5 分，共 20 分。

13．$(-3,1)$　　14、$\sqrt{13}km$(没有单位不扣分)　　15．$\dfrac{2018}{2019}$　　16．2

三．解答题：本大题共 6 小题，共 70 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

17．解：**(1)** 根据正弦定理得，$\sin B=\dfrac{b\sin A}{a}=\dfrac{2\sqrt{3}\times\sin 30^\circ}{2}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.　……3 分

$\because b>a$，$\therefore B>A=30°$，$\therefore B=60°$ 或 $120°$.　……………………5 分

(2) $\because \cos B=\dfrac{4}{5}>0$，且 $0<B<\pi$，$\therefore \sin B=\dfrac{3}{5}$　…………………6 分

$\because S_{\triangle ABC}=\dfrac{1}{2}ac\sin B=3$，　$\therefore \dfrac{1}{2}\times 2\times c\times\dfrac{3}{5}=3$，　$\therefore c=5$.　………………8 分

$\therefore$ 由余弦定理 $b^2=a^2+c^2-2ac\cos B$ 得　$b=\sqrt{13}$　……………10 分

18．解：（Ⅰ）$\because a_1=1, a_{n+1}=2a_n\left(n\in N^*\right)$，$\therefore$ 数列 $\{a_n\}$ 是公比为 **2** 的等比数列，

$\therefore a_n=1\times 2^{n-1}=2^{n-1}$　---------------3 分

$\because$ 等差数列 $\{b_n\}$ 的公差为 3，又 $b_2=a_3=2^2=4$，$\therefore b_n=b_2+(n-2)\times 3=3n-2$ --6 分

（Ⅱ）$S_n=(a_1-b_1)+(a_2-b_2)+\cdots\cdots+(a_n-b_n)$

$=(a_1+a_2+\cdots+a_n)-(b_1+b_2+\cdots b_n)$　----------8 分

$=\dfrac{1\times\left(1-2^n\right)}{1-2}-\dfrac{n(1+3n-2)}{2}$　----------10 分

$=2^n-\frac{3}{2}n^2+\frac{n}{2}-1$ ----------**12 分**

19.解：（1）由不等式的解集为$\{x\mid x<-3或x>-1\}$，

可知$k<0$，**-3 和-1** 是一元二次方程$kx^2-2x+3k=0$的两根，---------------**2 分**

所以$\begin{cases}(-3)\times(-1)=3\\(-3)\times(-1)=\frac{2}{k}\end{cases}$，解得$k=-\frac{1}{2}$. ------------------------------**5 分**

（2）因不等式$kx^2-2x+3k<0$的解集为ϕ，

若$k=0$，则不等式$-2x<0$，此时$x>0$，不合题意； ---------------- **7 分**

若$k\neq0$，则$\begin{cases}k>0\\\Delta=4-4\times k\times 3k\leq0\end{cases}$，解得$\begin{cases}k>0\\k^2\geq\frac{1}{3}\end{cases}\Rightarrow k\geq\frac{\sqrt{3}}{3}$ --------------- **11 分**

综上实数k的取值范围为$\left[\frac{\sqrt{3}}{3},+\infty\right)$. ------------------ **--12 分**

20. 解：（Ⅰ）由已知得$\mathbf{acsinB=\sqrt{3}accosB}$, ························2 分

$\therefore \tan B=\sqrt{3}$, 又$0<B<\pi,\therefore B=\frac{\pi}{3}$·························4 分

（Ⅱ）法一：由余弦定理得$4=a^2+c^2-2ac\cos\frac{\pi}{3}$, ·························6 分

$\therefore 4=(a+c)^2-3ac\geq(a+c)^2-3\left(\frac{a+c}{2}\right)^2$(当且仅当$a=c$时取等号)，·········8 分

解得$0<a+c\leq4$··················10 分

又$a+c>b,\therefore 2<a+c\leq4,\therefore a+c$的取值范围是（2，4】··················12 分

法二：由正弦定理得$a=\frac{4}{\sqrt{3}}\sin A, c=\frac{4}{\sqrt{3}}\sin C$,

又$\mathbf{A+C=\frac{2\pi}{3},\therefore a+c=\frac{4}{\sqrt{3}}(sinA+sinC)=\frac{4}{\sqrt{3}}[sinA+sin(A+B)]}$··················6 分

$\mathbf{=\frac{4}{\sqrt{3}}\left[sinA+sin\left(A+\frac{\pi}{3}\right)\right]=\frac{4}{\sqrt{3}}\left(sinA+\frac{1}{2}sinA+\frac{\sqrt{3}}{2}cosA\right)}$, ··················8 分

$\mathbf{=4\left(\frac{\sqrt{3}}{2}sinA+\frac{1}{2}cosA\right)=4sin\left(A+\frac{\pi}{6}\right)}$··················10 分

又$\mathbf{0<A<\frac{2\pi}{3},\therefore\frac{\pi}{6}<A+\frac{\pi}{6}<\frac{5\pi}{6},\therefore\frac{1}{2}<sin\left(A+\frac{\pi}{6}\right)\leq 1}$

$\therefore$ **a + c的取值范围是（2，4】**··················12 分

21. **解析：**（I）依题意得：

$$f(x)=20x-102-[x+\frac{x(x+1)}{2}]+30-\frac{1}{2}x=-\frac{1}{2}x^2+19x-72$$ ----4 分

$X\in N^*,x\leq 20$

$\therefore$ 当 $x=19$ 时 $f(x)_{\max}=\frac{217}{2}$

$\therefore$ 该公司到第 19 年所得的总利润最大，最大值为$\frac{217}{2}$万元.　　------------------6 分

（II）依题意年平均利润为$g(x)=\frac{f(x)}{x}=-\frac{1}{2}x-\frac{72}{x}+19=19-(\frac{x}{2}+\frac{72}{x})$ --------9 分

$\because\frac{x}{2}+\frac{72}{x}\geq 2\sqrt{36}=12$，当且仅当$x^2=144$即$x=12$时等号成立

$\therefore$ 该公司在第 12 年底出售该批汽车时经济效益最大.------- ----------------------------------12 分

22. **解析：**（Ⅰ）$\because S_n=2a_n-2$　（1）　$\therefore S_{n+1}=2a_{n+1}-2$（2）

$\therefore$（2）-（1）**得** $a_{n+1}=2a_{n+1}-2a_n(n\geq 1)$　$\therefore a_{n+1}=2a_n$，**即** $\frac{a_{n+1}}{a_n}=2$，

$\therefore\{a_n\}$**成等比数列，公比为**2．$\therefore a_n=2^n$．

（Ⅱ）由题意得：$\frac{T_{n+1}}{n+1}-\frac{T_n}{n}=\frac{1}{2}$，$\therefore\{\frac{T_n}{n}\}$成等差数列，公差为$\frac{1}{2}$．

首项$\frac{T_1}{1}=\frac{b_1}{1}=1$，$\therefore\frac{T_n}{n}=1+(n-1)\frac{1}{2}=\frac{n+1}{2}$ ，$T_n=\frac{n(n+1)}{2}$，

当$n\geq 2$时，$b_n=T_n-T_{n-1}=\frac{n(n+1)}{2}-\frac{n(n-1)}{2}=n$，

当$n=1$时，$b_1=1$成立，$\therefore b_n=n$． $\therefore\frac{2b_n}{a_n}=\frac{2n}{2^n}=\frac{n}{2^{n-1}}=n\cdot(\frac{1}{2})^{n-1}$ ，

令$M_n=\frac{2b_1}{a_1}+\frac{2b_2}{a_2}+\cdots+\frac{2b_n}{a_n}$ ，只需$(M_n)_{\max}\geq m$．

$\therefore\ M_n=1+2\times\frac{1}{2}+3\times(\frac{1}{2})^2+\cdots+n\times(\frac{1}{2})^{n-1}$ （3）

$\frac{1}{2}M_n=\frac{1}{2}+2\times(\frac{1}{2})^2+3\times(\frac{1}{2})^3+\cdots+n\times(\frac{1}{2})^n$ （4）

（3）-（4）得：$\frac{1}{2}M_n=1+\frac{1}{2}+(\frac{1}{2})^2+(\frac{1}{2})^3+\cdots+(\frac{1}{2})^{n-1}-n\times(\frac{1}{2})^n$

$=\frac{1-(\frac{1}{2})^n}{1-\frac{1}{2}}-n\times(\frac{1}{2})^n=2-(n+2)(\frac{1}{2})^n$ $\therefore M_n=4-(n+2)(\frac{1}{2})^{n-1}$．

$\because M_{n+1}-M_n=4-(n+3)(\frac{1}{2})^n-4+(n+2)(\frac{1}{2})^{n-1}=\frac{n+1}{2^n}>0$

$\therefore\{M_n\}$为递增数列，且$(n+2)(\frac{1}{2})^{n-1}>0$ $\therefore M_n<4$ ，$\therefore m\leq 4$ ，实数m的最大值为4．