深圳外国语学校 2018—2019 学年度高二第二学期学段（二）考试

数学（理科）试卷

本试卷分选择题和非选择题两部分，共 6 页，满分 150 分，考试用时 120 分钟。

注意事项：

1. 答题卡前，考生务必用黑色字迹的钢笔或签字笔将自己的姓名、考号、座位号等相关信息填写在答题卡指定区域内。
2. 选择题每小题选出答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑；如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案；不能答在试卷上。
3. 非选择题必须用黑色字迹的钢笔或签字笔作答，答案必须写在答题卡各题目指定区域内的相应位置上；如需改动，先划掉原来的答案，然后再写上新的答案；不准使用铅笔和涂改液.不按以上要求作答的答案无效。
4. 考生必须保持答题卡的整洁。

第一部分选择题（共 60 分）

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项.

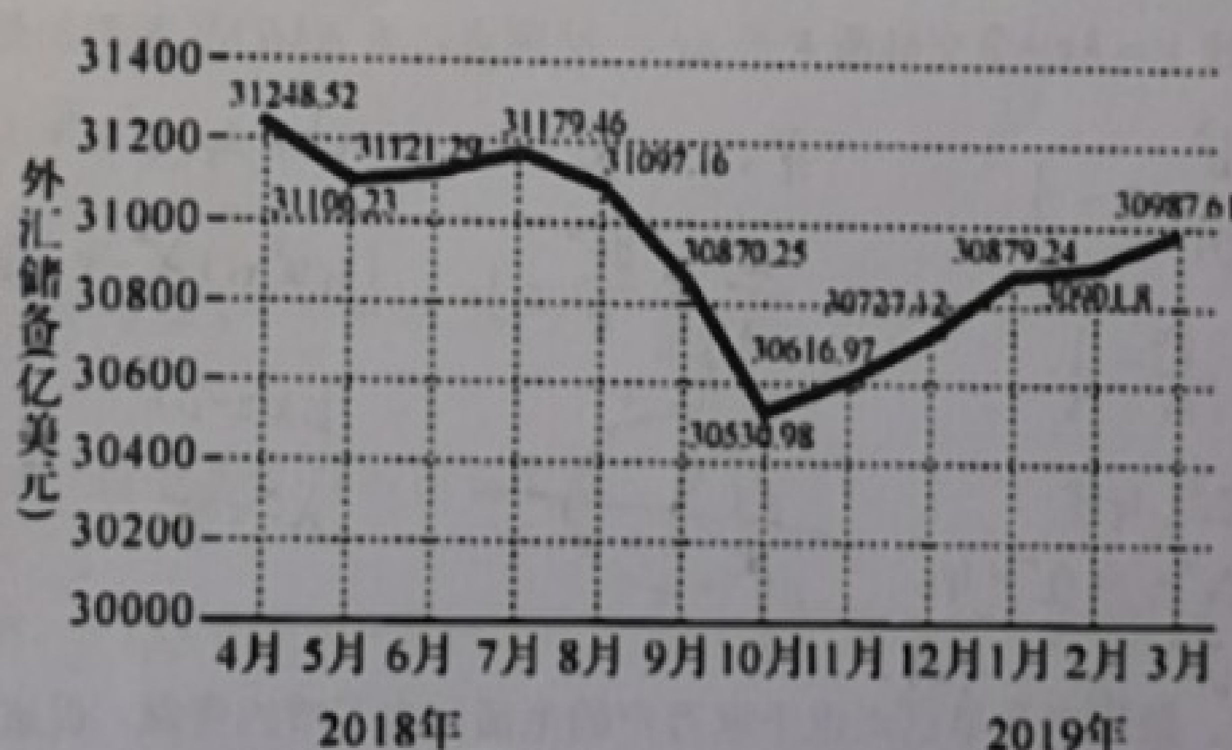
C 1. 设复数 z 满足 $z(1+3i)=2-i$（其中 i 为虚数单位），则 $\bar{z}$ 在复平面内对应的点落在

A. 第一象限　　(0,4) B. 第二象限　　C. 第三象限　　D. 第四象限

2. 已知集合 $A=\{x|y=\sqrt{-x^2+4x}\}$，$B=\{x|x^2+x-6\geq 0\}$，则 $A\cap \complement_R B=$　　$A\cap C_R B.$

A. $[0,2)$　　B. $(-3,4]$　　C. $(-3,0]$　　D. $[2,4]$

3. 图中为截止 2019 年 3 月末，我国的外汇储备近 1 年的变化折线图，由此得到以下说法，其中叙述正确的是



A. 近 1 年以来，我国外汇储备月增长量最大的月份是 2019 年 3 月

B. 2018 年 4 月至 10 月，我国外汇储备连续下降

C. 2018 年底，我国外汇储备降至近年来最低点

D. 截止 2019 年 3 月末，我国外汇储备连续第五个月上升

4. 如图，已知幂函数 $y=x^a$ 的图象过点 $P(2,4)$，则图中阴影部分的面积等于

$y=x^2.$

$\frac{1}{3}x^3\int_0^2$

$\frac{1}{3}\times 8$

A. $\frac{16}{5}$　　B. $\frac{8}{3}$

C. $\frac{4}{3}$　　D. $\frac{2}{3}$

第 4 题图

B 5. 已知双曲线$C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的离心率为$e=\frac{5}{4}$，且其右焦点$F_2(5,0)$，则双曲线$C$的方程为

A. $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$　　B. $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{16}=1$

C. $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{3}=1$　　D. $\frac{x^2}{3}-\frac{y^2}{4}=1$

6. 已知$a>0$且$a\neq1$，函数$f(x)=\log_a(6-ax)$，则“$1<a<3$”是“$f(x)$在$(1,2)$上单调递减”的

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充分必要条件　　D. 既不充分也不必要条件

B 7.《孙子算经》是我国古代重要的数学著作．其中的一道题“今有木，方三尺，高三尺，欲方五寸作枕一枚．问：得几何？”意思是：“有一块棱长为3尺的正方体方木，要把它作成边长为5寸的正方体枕头，可作多少个？”现有这样的一个正方体木料，其外周已全部涂上油漆，则从切割后的正方体枕头中任取一块，恰有一面涂上油漆的概率为（注：一尺等于十寸）

A. $\frac{1}{4}$　　B. $\frac{4}{9}$　　C. $\frac{8}{27}$　　D. $\frac{125}{216}$

$a=2$

C 8. 已知函数$f(x)=x^3-2xf'(1)+a-2$，若$f(x)$是奇函数，则曲线$y=f(x)$在$x=a$处的切线方程为

$f(x)=x^3-2x$　$f'(x)=3x^2-2$　$f'(a)=3a^2-2.$　(a,a^3-2a)

A. $2x-y=0$　　B. $y=0$　　C. $10x-y-16=0$　　D. $x-y+2=0$

$=10$　$(2,4)$

B 9. 某学校共有2000名学生，各年级男、女生人数如下表：

	一年级	二年级	三年级
男生	369	370	y
女生	381	x 380	z

$20\times19=380.$

已知从全校学生中随机抽取1名学生，抽到二年级女生的概率是0.19，现拟采用分层抽样的方法从全校学生中抽取80名学生，则三年级应抽取的学生人数为

A. 16　750　　B. 20　700.　750　　C. 30　　D. 40

D 10. 已知函数$f(x)=\frac{|x|}{e^x}$，若关于x的方程$f^2(x)-mf(x)+m-1=0$恰有4个不相等的实数根，则实数m的取值范围是

A. $(\frac{1}{e},2)\cup(2,e)$　　B. $(\frac{1}{e},1)$　　C. $(\frac{1}{e},e)$　　D. $(1,1+\frac{1}{e})$

$y=4x^2$　$x=-1$

11. 点$M(3,2)$到抛物线$C:y=ax^2(a>0)$准线的距离为4，F为抛物线的焦点，点$N(1,1)$，当点P在直线$l:x-y=2$上运动时，$\frac{|PN|-1}{|PF|}$的最小值为

$(1,0)$　$y=-x+2.$

A. $\frac{3-2\sqrt{2}}{8}$　　B. $\frac{5-2\sqrt{2}}{8}$　　C. $\frac{2-\sqrt{2}}{4}$　　D. $\frac{5-2\sqrt{2}}{4}$

12. 点P为棱长是2的正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$的内切球O球面上的动点，点M为B_1C_1的中点，若满足$DP\perp BM$，则动点P的轨迹的长度为

A. $\frac{\sqrt{5}\pi}{5}$　　B. $\frac{2\sqrt{5}\pi}{5}$　　C. $\frac{4\sqrt{5}\pi}{5}$　　D. $\frac{8\sqrt{5}\pi}{5}$

第二部分非选择题（共 90 分）

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。请将答案填在答题卡对应题号的位置上。答错位置，书写不清，模棱两可均不得分.

13．定义：$a\otimes b=a^{\frac{1}{2}}+b^{-\frac{1}{3}}$，$a*b=\lg a^2-\lg b^{\frac{1}{2}}$，若 $M=\frac{9}{4}\otimes\frac{8}{125}$，$N=\sqrt{2}*\frac{1}{25}$，则 $M+N=$ ___8___.

14．若随机变量 $X\sim N\left(2,3^2\right)$，且 $P\left(X\le 1\right)=P\left(X\ge a\right)$，则 $(ax-\frac{1}{\sqrt{x}})^5$ 展开式中 x^2 项的系数是 ___270___.

15．《聊斋志异》中有这样一首诗“挑水砍柴不堪苦，请归但求穿墙术．得诀自诩无所阻，额上坟起终不悟．”

在这里，我们称形如以下形式的等式具有“穿墙术”：$2\sqrt{\frac{2}{3}}=\sqrt{2\frac{2}{3}}$，$3\sqrt{\frac{3}{8}}=\sqrt{3\frac{3}{8}}$，$4\sqrt{\frac{4}{15}}=\sqrt{4\frac{4}{15}}$，

$5\sqrt{\frac{5}{24}}=\sqrt{5\frac{5}{24}}$．则按照以上规律，若 $8\sqrt{\frac{8}{n}}=\sqrt{8\frac{8}{n}}$ 具有“穿墙术”，则 $n=$ ___63___.

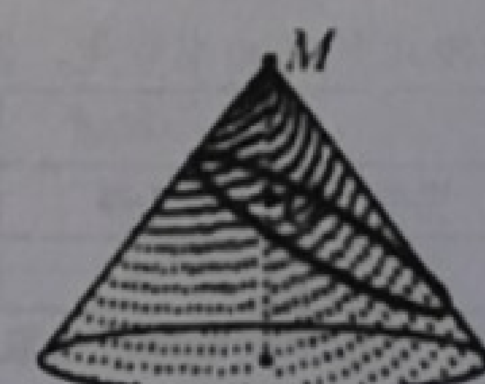
16．历史上，很多人研究过圆锥的截口曲线．如图，在圆锥中，母线与旋转轴夹角为 30°，现有一截面与圆锥的一条母线垂直，与旋转轴的交点 O 距离圆锥顶点 M 长度为 1，对于所得截口曲线给出如下命题：

①曲线形状为椭圆；

②点 O 为该曲线上任意两点最长距离的三等分点；

③该曲线上任意两点最长距离为 $\frac{3}{2}$，最短距离为 $\frac{2\sqrt{3}}{3}$；

④该曲线的离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{3}$．



其中正确命题的序号为________.

三、解答题：共 70 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．第 17～21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答．

（一）必考题：共 60 分．

17．（本题满分 12 分）

已知 $m>0$，设命题 p：不等式 $x+\left|x-2m\right|>1$ 的解集为 R，命题 q：函数 $f(x)=-\frac{1}{2}x^2+4x-3\ln x$ 在区间 $\left[m,m+1\right]$ 上不单调，若命题 $p\vee q$ 为真命题，$p\wedge q$ 为假命题，求实数 m 的取值范围．

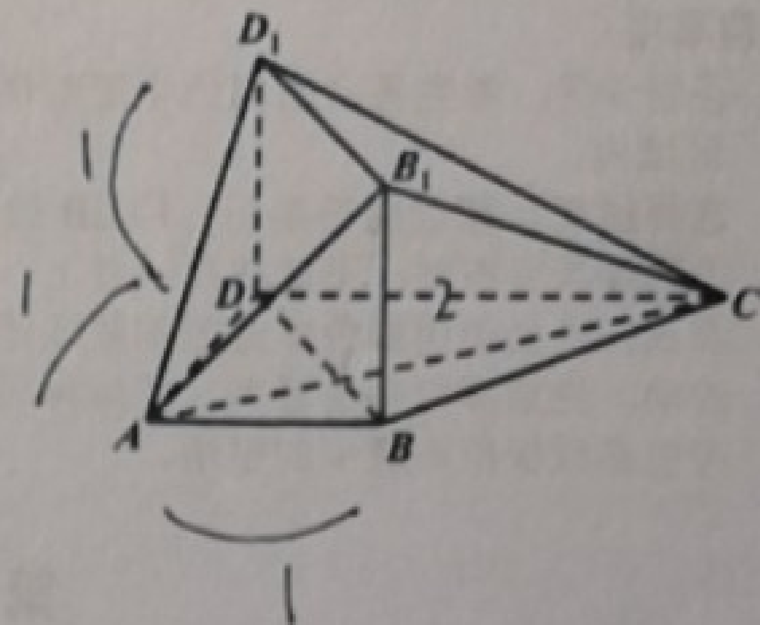
18.（本题满分 12 分）

如图，已知四边形 $ABCD$ 为梯形，$AB//CD,\angle DAB=90^\circ$，$BDD_1B_1$ 为矩形，平面 $BDD_1B_1\perp$ 平面 $ABCD$，又 $AB=AD=BB_1=1,CD=2$．

（1）证明：$CB_1\perp AD_1$；

（2）求二面角 B_1-AD_1-C 的余弦值．

$\frac{2-1+4}{\sqrt{3}\cdot\sqrt{4+1+16}}$



$-x-y=0$

$-x+z=0$

$x=z$ 1

$x=-y$ -1

1

$\vec{AC}=(-1,2,0)$

$\vec{CD_1}=(0,-2,1)$

$-x+2y=0$

$-2x+z=0$

$2x=2y$ 1

$z=2x$ 2

4

$\frac{5}{\sqrt{3}\cdot\sqrt{21}}$

$3\sqrt{7}$

$\frac{\sqrt{7}}{3\times7}$

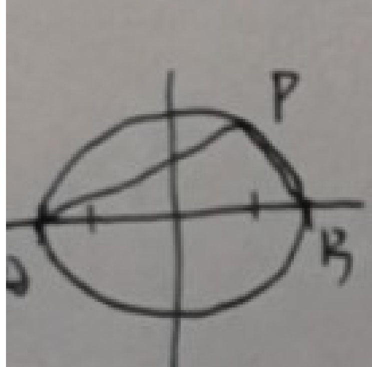
$\frac{\sqrt{7}}{21}$

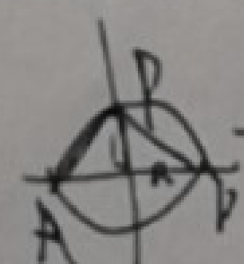
19.（本题满分 12 分）

已知椭圆 $E:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$，$A$、$B$ 为椭圆的左右顶点，$F(\sqrt{3},0)$ 为其右焦点，点 P 为椭圆上位于第一象限内的点，且直线 PA 与直线 PB 的斜率之积为 $-\frac{1}{4}$．

（1）求椭圆 E 的方程；

（2）设 O 为坐标原点，直线 $y=kx+2$ 交椭圆 E 于 M、N 两点，求 ΔMON 面积的最大值．





$-\frac{b^2}{a^2}=-\frac{1}{4}$

$\frac{b^2}{a^2}=\frac{1}{4}$

$a^2=4b^2$

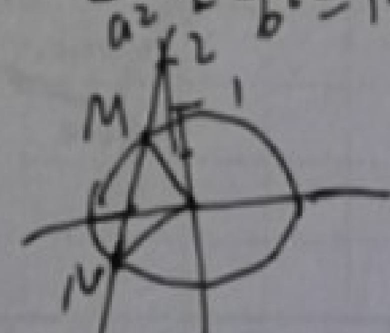
$a^2=4a^2-4c^2$

$3a^2=4\times3$

$b^2=4-3$

$P(x_0,y_0)$

$\frac{x_0^2}{a^2}+\frac{y_0^2}{b^2}=1$



$x^2+4(k^2x^2+4kx+4)=4$

$(4k^2+1)x^2+16kx+12=0$

$kx=-2$

$x=-\frac{2}{k}$

20.（本题满分 12 分）

近年来，随着网络的普及，数码产品早已走进千家万户的生活，为了节约资源，促进资源循环利用，折旧产品回收行业得到迅猛发展，电脑使用时间越长，回收价值越低，某二手电脑交易市场对 2018 年回收的折旧电脑交易前使用的时间进行了统计，得到如图 1 所示的频率分布直方图，在图 1 对时间使用的分组中，将使用时间落入各组的频率视为概率．

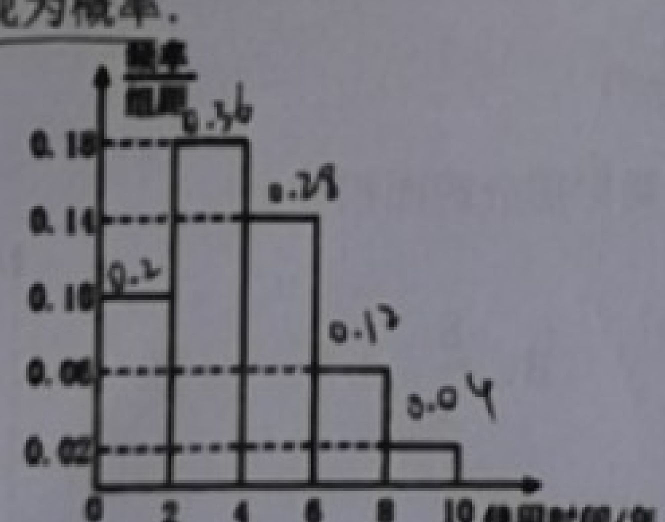


图1

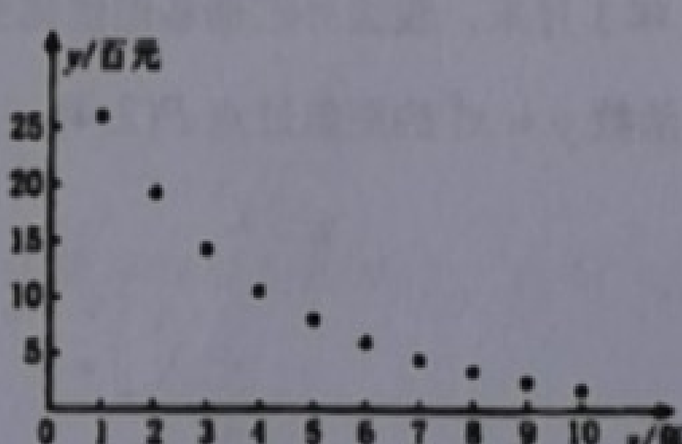


图2

（1）若在该市场随机选取 3 个 2018 年成交的二手电脑，求至少有 2 个使用时间在 $(4,8]$ 上的概率；

（2）根据电脑交易市场往年的数据，得到如图 2 所示的散点图，其中 x（单位：年）表示折旧电脑的使用时间，y（单位：百元）表示相应的折旧电脑的平均交易价格．

(i) 由散点图判断，可采用 $y=e^{a+bx}$ 作为该交易市场折旧电脑平均交易价格与使用年限 x 的回归方程，若 $t=\ln y_i$，$\bar{t}=\frac{1}{10}\sum_{i=1}^{n}t_i$，选用如下参考数据，求 y 关于 x 的回归方程；

$\bar{x}$	$\bar{y}$	$\bar{t}$	$\sum_{i=1}^{10}x_iy_i$	$\sum_{i=1}^{10}x_it_i$	$\sum_{i=1}^{10}x_i^2$
5.5	8.5	1.9	301.4	79.75	385

(ii) 根据回归方程和相关数据，并用各时间组的区间中点值代表该组的值，估算该交易市场收购 1000 台折旧电脑所需的费用.

附：参考公式：对于一组数据 $(u_i,v_i)(i=1,2,\cdots,n)$，其回归直线 $\hat{v}=\hat{\alpha}+\hat{\beta}u$ 的斜率和截距的最小二乘估计分别为：$\hat{\beta}=\dfrac{\sum_{i=1}^{n}u_iv_i-n\bar{u}\bar{v}}{\sum_{i=1}^{n}u_i^2-n\bar{u}^2}$，$\hat{\alpha}=\bar{v}-\hat{\beta}\bar{u}$.

参考数据：$e^{3.25}\approx 26$，$e^{2.65}\approx 14$，$e^{2.05}\approx 7.8$，$e^{1.45}\approx 4.3$，$e^{0.85}\approx 2.3$.

21.（本题满分 12 分）

已知函数 $f(x)=-a\ln x-\dfrac{e^x}{x}+ax,a\in R$.

（1）当 $a<0$ 时，讨论函数 $f(x)$ 的单调性

（2）当 $a=1$ 时，$F(x)=f(x)+(x+\dfrac{1}{x})e^x-bx$，对任意 $x\in(0,+\infty)$，都有 $F(x)\geq 1$ 恒成立，求实数 b 的取值范围.

（二）选考题：请考生在第 22、23 题中任选一题作答.如果多做，则按所做的第一题计分.

22.（本题满分 10 分）选修 4－4：坐标系与参数方程

在平面直角坐标系中，直线 l 的参数方程为 $\begin{cases} x = t\cos\alpha \\ y = t\sin\alpha \end{cases}$（$t$ 为参数，$0 \le \alpha < \pi$）. 以坐标原点为极点，x 轴正半轴为极轴建立极坐标系，曲线 C 的极坐标方程为 $\rho^2 - 4 = 4\rho\cos\theta - 2\rho\sin\theta$.

（1）写出曲线 C 的直角坐标方程；　$y = \tan\alpha \cdot x$

（2）若直线 l 与曲线 C 交于 A, B 两点，且 AB 的长度为 $2\sqrt{5}$，求直线 l 的普通方程.

$(x-2)^2 + (y+1)^2$　　$4+4+1$

23.（本题满分 10 分）选修 4－5：不等式选讲

设函数 $f(x) = |x-1| - |2x+1|$ 的最大值为 m.

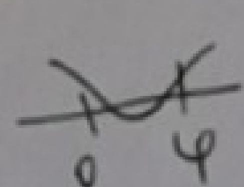
（1）作出函数 $f(x)$ 的图象；

（2）若 $a^2 + 2c^2 + 3b^2 = m$，求 $ab + 2bc$ 的最大值.

$-x^2+4x \ge 0$.

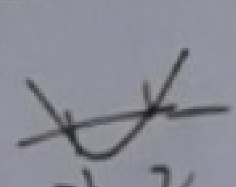
$x^2-4x \le 0$.

$x(x-4) \le 0$



$[0,4]$

$(x+3)(x-2) \ge 0$

 $(-\infty,-3] \cup [2,+\infty)$