

数 学

2019.3

考 号

班 级

姓 名

考生注意:

1. 本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分。满分 150 分,考试时间 120 分钟。
2. 考生作答时,请将答案答在答题卡上。第 I 卷每小题选出答案后,用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑;第 II 卷请用直径 0.5 毫米黑色墨水签字笔在答题卡上各题的答题区域内作答,超出答题区域书写的答案无效,在试题卷、草稿纸上作答无效。
3. 本卷命题范围:集合、常用逻辑用语、不等式及其性质、均值不等式及其应用、函数、指数函数、对数函数、幂函数、概率统计、立体几何。

第 I 卷(选择题 共 60 分)

一、选择题:本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 为了了解某地参加外语水平测试的 8000 名学生的成绩,从中抽取了 400 名学生的成绩进行统计分析。在这个问题中,400 是
 - A. 总体容量
 - B. 样本容量
 - C. 个体数
 - D. 从总体中抽取的一个样本
2. 已知集合 $A = \{x | x^2 - x > 0\}$, $B = \{x | \sqrt{x} \geq 0\}$, 则 $A \cap B =$
 - A. $\{x | x > 1\}$
 - B. $\{x | x > 0\}$
 - C. $\{x | x \geq 0\}$
 - D. $\{x | x \geq 1\}$
3. 命题“ $\exists x_0 \in \mathbf{R}, |x_0| + \sqrt{x_0} \geq 0$ ”的否定是
 - A. $\forall x \in \mathbf{R}, |x| + \sqrt{x} \geq 0$
 - B. $\exists x_0 \in \mathbf{R}, |x_0| + \sqrt{x_0} < 0$
 - C. $\forall x \in \mathbf{R}, |x| + \sqrt{x} < 0$
 - D. $\exists x_0 \notin \mathbf{R}, |x_0| + \sqrt{x_0} < 0$
4. 已知直线 a, b, c , 下列命题是真命题的是
 - A. 若 $a \perp b, b \perp c$, 则 $a \perp c$
 - B. 若 $a // b, b \perp c$, 则 $a \perp c$
 - C. 若 a, b 异面, b, c 异面, 则 a, c 异面
 - D. 若 a, b 相交, b, c 相交, 则 a, c 相交
5. 连掷一枚均匀的骰子两次, 所得向上的点数分别为 a, b , 则事件“ $a + b = 6$ ”发生的概率为
 - A. $\frac{5}{36}$
 - B. $\frac{5}{18}$
 - C. $\frac{7}{36}$
 - D. $\frac{7}{18}$
6. 已知 $a = \log_3 2, b = \log_3 \sqrt{3}, c = 3^{0.2}$, 则 a, b, c 的大小关系为
 - A. $a > b > c$
 - B. $a > c > b$
 - C. $c > a > b$
 - D. $c > b > a$

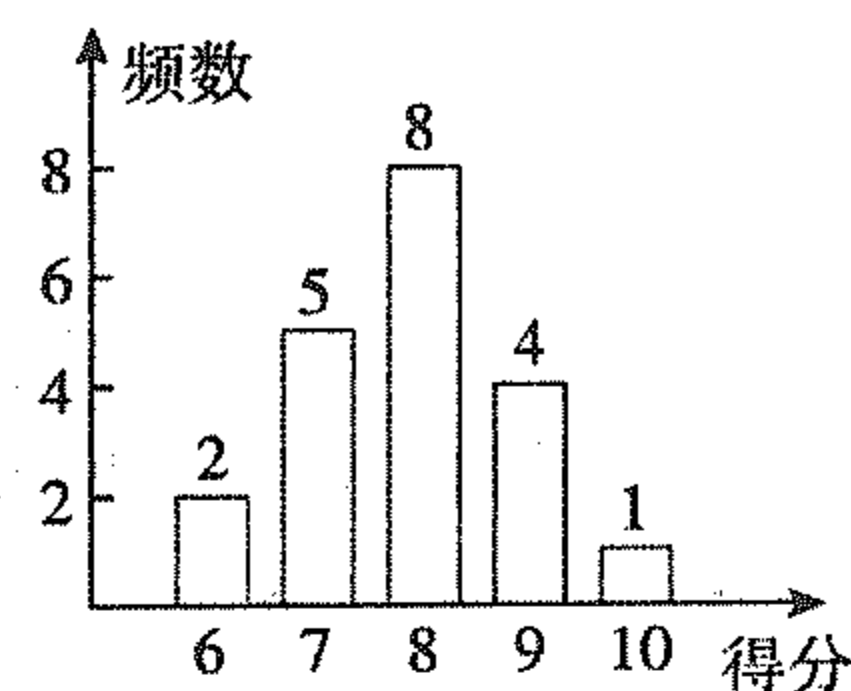
7. 在三棱锥 $P-ABC$ 中, $\angle PAB = \angle PAC = 90^\circ, AB = BC, M$ 是 AC 中点, 则

- A. 平面 $PBC \perp$ 平面 PAC
- B. 平面 $PAB \perp$ 平面 PAC
- C. 平面 $PBM \perp$ 平面 PAC
- D. 平面 $PBM \perp$ 平面 PBC

8. 某单位有 20 名职工, 进行等级评分, 有 6, 7, 8, 9, 10 五个等级分, 得分

情况如图, 若得分的中位数为 m , 众数为 n , 平均数为 \bar{x} , 则

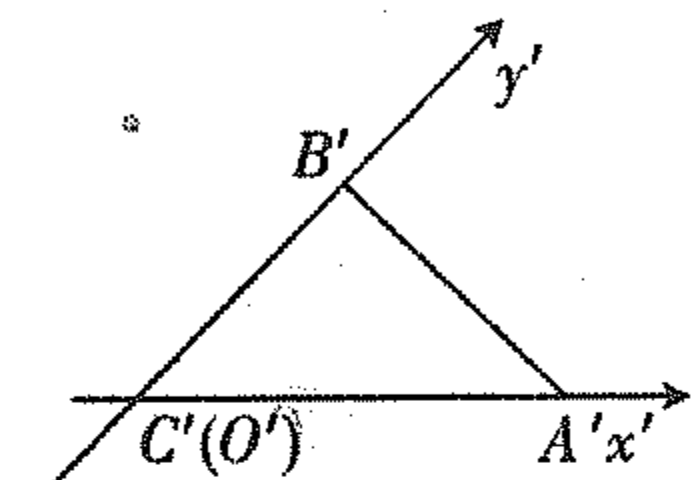
- A. $m = n = \bar{x}$
- B. $m > n > \bar{x}$
- C. $m = n, n > \bar{x}$
- D. $m = n, n < \bar{x}$



9. 水平放置的 $\triangle ABC$ 的斜二测直观图如图所示, 已知 $A'C' = 3, B'C' = 2$, 则

AB 边上的中线的实际长度为

- A. 2
- B. 2.5
- C. 3
- D. 4

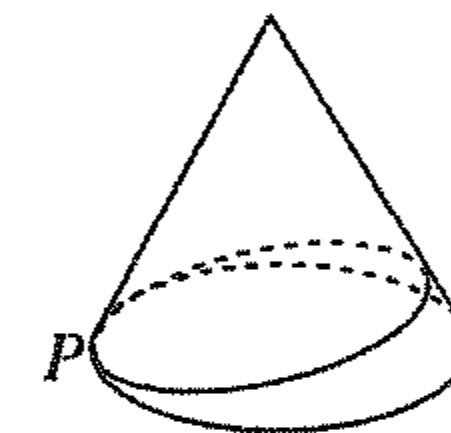


10. 直角三角形的三边长分别为 3, 4, 5, 将此三角形绕其一边旋转一周所成几何体的的表面积可能是

- A. 28π
- B. 32π
- C. $\frac{64\pi}{5}$
- D. $\frac{84\pi}{5}$

11. 如图, 一竖立在水平地面上的圆锥形物体的母线长为 4 m, 底面半径为 1 m, 一只小虫从圆锥的底面圆上的点 P 出发, 绕圆锥表面爬行一周后回到点 P 处, 则该小虫爬行的最短路程为

- A. $4\sqrt{2}$ m
- B. 4 m
- C. $2\sqrt{3}$ m
- D. 2 m



12. 已知 $\frac{1}{x} + \frac{4}{y} = 1 (x, y > 0)$, 则 $xy + 4x + y$ 的最小值为

- A. 24
- B. 28
- C. 32
- D. 36

第 II 卷(非选择题 共 90 分)

二、填空题:本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分。

13. 函数 $f(x) = \sqrt{1-x} + \frac{1}{1+x}$ 的定义域是_____。

14. 若“ $x^2 > 1$ ”是“ $x < a$ ”的必要不充分条件, 则 a 的最大值为_____。

15. 已知幂函数 $y = x^{3m-9} (m \in \mathbf{N}^*)$ 的图象关于 y 轴对称, 且在 $(0, +\infty)$ 上是减函数, 则 m 的值为_____。

16. 某四面体的六条棱中, 有五条棱长都等于 2, 则该四面体体积的最大值为_____。

三、解答题:本大题共 6 小题,共 70 分.解答应写出必要的文字说明、证明过程及演算步骤.

17. (本小题满分 10 分)

甲、乙两运动员在一次射击比赛中,每人射击 6 次,中靶的情况如下表

环数	6	7	8	9	10
甲命中次数	0	1	2	2	1
乙命中次数	0	2	0	3	1

求他们各自 6 次射击击中环数的平均数与方差,并说明谁发挥得较好.

18. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = ax^2 + (a-2)x - 2$ ($a \in \mathbb{R}$ 且 $a \neq 0$).

(1)若函数 $f(x)$ 的值域为 $(-\infty, 0]$,求实数 a 的值;

(2)解关于 x 的不等式 $f(x) \leq 0$.

19. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = \log_2(x+1)$, $g(x) = \log_{\frac{1}{2}}(1-x)$.

(1)求函数 $y = f(x) - g(x)$ 的定义域;

(2)判断函数 $y = f(x) - g(x)$ 的奇偶性,并说明理由;

(3)写出 $y = f(x) - g(x)$ 的单调区间.

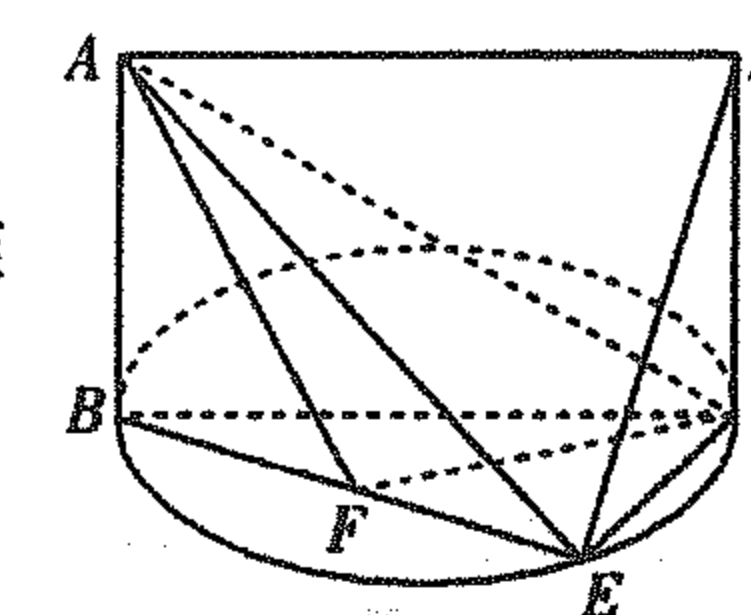
20. (本小题满分 12 分)

如图,四边形 $ABCD$ 是矩形,平面 $ABCD \perp$ 平面 BCE ,点 E 在以 BC 为直径的圆上.

(1)求证:平面 $DEC \perp$ 平面 ABE ;

(2)点 F 在 BE 上.若 $DE \parallel$ 平面 ACF , $DC = CE = \frac{1}{2}BC = 3$,求三棱锥

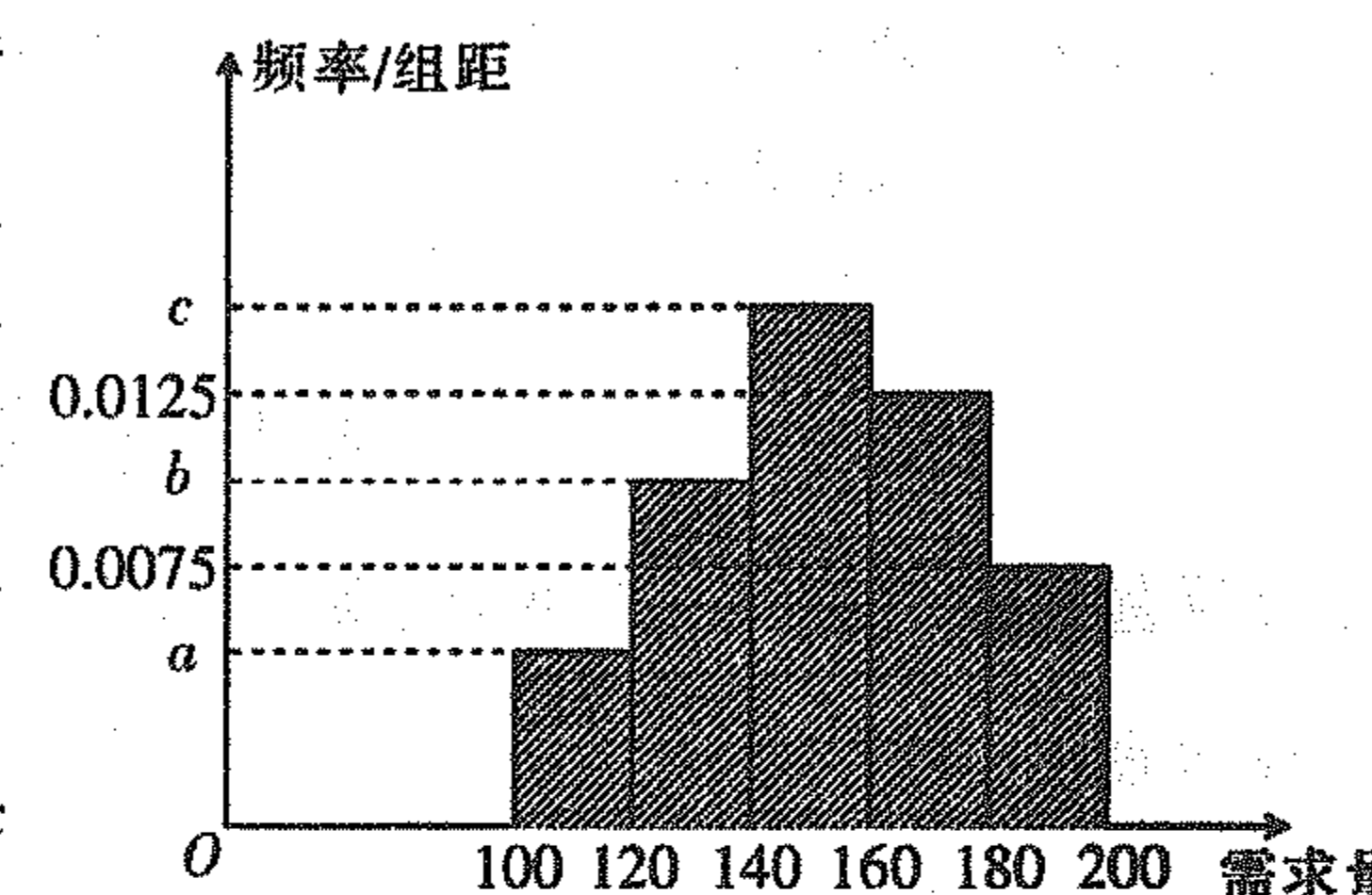
$A-CEF$ 的体积.



21. (本小题满分 12 分)

习近平总书记指出:绿水青山就是金山银山.中央环境保护督察组积极响应国家号召,采取

行动保护绿色生态环境,目前已实现全国 31 省市环保督察覆盖,环保督察力度空前.某市创业园区新引进一家生产环保产品的公司,已知该产品每售出 1 件的利润为 3000 元,未售出的产品,每件亏损 1000 元.根据统计资料,该种环保产品的市场需求量频率分布直方图如图所示,其中 $a + c = 2b$, $a(a+c) = b^2$. 已知该产品的月产量为 160 件,以 x (单位:个, $100 \leq x \leq 200$) 表示该市一月内的市场需求量, y (单位:元) 表示生产该产品的月利润.



(1)求 a, b, c 的值;

(2)将 y 表示为 x 的函数,并根据直方图估计利润 y 不少于 40 万元的概率.

22. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$, $g(x) = f(2^{2x})$.

(1)求证:函数 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上是单调增函数;

(2)判断函数 $y = \frac{g(x)}{x^3}$ 的奇偶性,并说明理由;

(3)若方程 $g(x) - k + 1 = 0$ 有实数解,求实数 k 的取值范围.