

高二理科第二十次周考数学试卷

一、选择题(本题共 12 小题,每题 5 分,共 60 分.只有一项是符合题目要求)

1、以下三个命题正确的是()

①两个随机变量的线性相关性越强,相关指数越接近于 1;

②在某项测量中,测量结果 ξ 服从正态分布 $N(1, \sigma^2)(\sigma > 0)$,若 ξ 在 $(0,1)$ 内取值的概率为 0.4,则 ξ 在 $(0,2)$ 内取值的概率为 0.8;

③对分类变量 X 与 Y 的随机变量 K^2 的观测值 k 来说, k 越小,判断“ X 与 Y 有关系”的把握程度越大. A. ①② B. ②③ C. ①③ D. ①②③

2、某台小型晚会由 6 个节目组成,演出顺序有如下要求:节目甲必须排在前两位,节目乙不能排在第一位,节目丙必须排在最后一位.该台晚会节目演出顺序的编排方案共有()

A. 36 种 B. 42 种 C. 48 种 D. 54 种

3、从 0, 2 中选一个数字,从 1, 3, 5 中选两个数字,组成无重复数字的三位数,其中奇数的个数为() A. 24 B. 18 C. 12 D. 6

4. 以正方体的顶点为顶点的三棱锥的个数是()

A. 70 B. 58 C. 66 D. 62

5、将 A, B, C, D 四个小球放入编号为 1, 2, 3 的三个盒子中,若每个盒子中至少放一个球且 A, B 不能放入同一个盒子中,则不同的放法有() A. 15 种 B. 18 种 C. 30 种 D. 36 种

6. 一台 X 型号自动机床在一小时内不需要工人照看的概率为 0.8,有 4 台这种型号的自动机床各自独立工作,则在一小时内至多 2 台机床需要工人照看的概率是()

A. 0.1536 B. 0.1808 C. 0.5632 D. 0.9728

7、 $(x + \frac{a}{x})(2x - \frac{1}{x})^5$ 的展开式中各项系数的和为 2,则该展开式中常数项为()

A. -40 B. -20 C. 20 D. 40

8、某考察团对全国 10 大城市进行职工人均平均工资 x 与居民人均消费 y 进行统计调查, y 与 x 具有相关关系,回归方程 $\hat{y} = 0.66x + 1.562$ (单位:千元),若某城市居民消费水平为 7.675,估计该城市消费额占人均工资收入的百分比为()

A. 66% B. 72.3% C. 67.3% D. 83%

9. 某市组织一次高三调研考试,考试后统计的数学成绩服从正态分布,其密度函数为 $f(x) =$

$\frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot 10} \cdot e^{-\frac{(x-80)^2}{200}} (x \in \mathbf{R})$, 则下列命题中不正确的是()

A. 该市这次考试的数学平均成绩为 80 分

B. 分数在 110 分以上的人数与分数在 50 分以下的人数相同

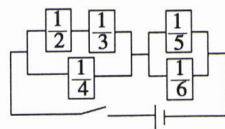
C. 分数在 120 分以上的人数与分数在 60 分以下的人数相同

D. 该市这次考试的数学成绩标准差为 10

10、五一节放假，甲去北京旅游的概率为 $\frac{1}{3}$ ，乙、丙去北京旅游的概率分别为 $\frac{1}{4}$ ， $\frac{1}{5}$ 。假定三人的行动相互之间没有影响，那么这段时间内至少有1人去北京旅游的概率为()

- A. $\frac{59}{60}$ B. $\frac{3}{5}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{60}$

11、在如图所示的电路中，5只箱子表示保险匣，箱中所示数值表示通电时保险丝被切断的概率，若各保险匣之间互不影响，则当开关合上时，电路畅通的概率是()



- A. $\frac{551}{720}$ B. $\frac{29}{144}$ C. $\frac{29}{72}$ D. $\frac{29}{36}$

12. 某计算机程序每运行一次都随机出现一个五位的二进制数 $A = a_1a_2a_3a_4a_5$ ，其中 A 的各位数中， $a_1 = 1$ ， $a_k (k=2,3,4,5)$ 出现 0 的概率为 $\frac{1}{3}$ ，出现 1 的概率为 $\frac{2}{3}$ ，记 $\xi = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5$ ，当程序运行一次

时， ξ 的数学期望为() A. $\frac{8}{27}$ B. $\frac{11}{3}$ C. $\frac{16}{81}$ D. $\frac{65}{81}$

二、填空题（本题共 4 小题，每题 5 分，共 20 分）

13、一次测试中有 20 道题组成，每题做对得 5 分，不做或做错不得分，满分 100 分。学生甲做对任一题概率为 0.9。求则学生甲在这次测试中成绩的方差_____

14. 100 件产品中有 5 件次品，不放回地抽取 2 次，每次抽 1 件。已知第 1 次抽出的是次品，则第 2 次抽出正品的概率是_____。

15、已知 X 的分布列为：

X	-1	0	1
P	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{6}$	a

设 $Y = 2X + 1$ ，则 Y 的数学期望 $E(Y)$ 的值是_____。

16. $(x+1)^4(x+4)^8 = a_0(x+3)^{12} + a_1(x+3)^{11} + \cdots + a_{11}(x+3) + a_{12}$ ，则 $\log_2(a_1 + a_3 + \cdots + a_{11})$ 的值为_____

三、解答题（共六小题，共 70 分）

17、（10 分）从 7 名男生 5 名女生中选取 5 人，分别求符合下列条件的选法总数有多少种？

- (1) A, B 必须当选；(2) A, B 必不当选；(3) A, B 不全当选；(4) 至少有 2 名女生当选；
(5) 选取 3 名男生和 2 名女生分别担任班长、体育委员等 5 种不同的工作，但体育委员必须由男生担任，班长必须由女生担任。

18. (12分) (1) 在 $(1+x)^n$ 的展开式中, 若第3项与第6项系数相等, 则 n 等于多少?

(2) $\left(x\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^n$ 的展开式奇数项的二项式系数之和为 128, 求展开式中二项式系数最大项.

19. (12分) “每天锻炼一小时, 健康工作五十年, 幸福生活一辈子.” 一科研单位为了解员工爱好运动是否与性别有关, 从单位随机抽取 30 名员工进行了问卷调查, 得到了如下列联表:

	男性	女性	合计
爱好	10		
不爱好		8	
合计			30

已知在这 30 人中随机抽取 1 人抽到爱好运动的员工的概率是 $\frac{8}{15}$.

(1) 请将上面的列联表补充完整(在答题卷上直接填写结果, 不需要写求解过程), 并据此资料分析能否有把握认为爱好运动与性别有关?

(2) 若从这 30 人中的女性员工中随机抽取 2 人参加一活动, 记爱好运动的人数为 X , 求 X 的分布列、数学期望.

20. (本小题满分 12 分) 某商场举行有奖促销活动, 顾客购买一定金额的商品后即可抽奖, 每次抽奖都是从装有 4 个红球、6 个白球的甲箱和装有 5 个红球、5 个白球的乙箱中, 各随机摸出 1 个球. 在摸出的 2 个球中, 若都是红球, 则获一等奖; 若只有 1 个红球, 则获二等奖; 若没有红球, 则不获奖.

(1) 求顾客抽奖 1 次能获奖的概率;

(2) 若某顾客有 3 次抽奖机会, 记该顾客在 3 次抽奖中获一等奖的次数为 X , 求 X 的分布列和均值.

21 某厂生产不同规格的一种产品, 根据检测标准, 其合格产品的质量 $y(g)$ 与尺寸 $x(mm)$ 之间近似

满足关系式 $y = ax^b$ (a, b 为大于 0 的常数). 现随机抽取 6 件合格产品, 测得数据如下:

尺寸 (mm)	38	48	58	68	78	88
质量 (g)	16.8	18.8	20.7	22.4	24.0	25.5

对数据作了初步处理, 相关统计量的值如下表:

$\sum_{i=1}^6 (\ln x_i \cdot \ln y_i)$	$\sum_{i=1}^6 (\ln x_i)$	$\sum_{i=1}^6 (\ln y_i)$	$\sum_{i=1}^6 (\ln x_i)^2$
75.3	24.6	18.3	101.4

67 (I) 根据所给数据, 求 y 关于 x 的回归方程;

67 (II) 按照某项指标测定, 当产品质量与尺寸的比在区间 $(\frac{e}{9}, \frac{e}{7})$ 内时为优等品. 现从抽取的 6 件合格

产品中再任选 3 件, 记 ξ 为取到优等品的件数, 试求随机变量 ξ 的分布列和期望.

附: 对于一组数据 $(v_1, u_1), (v_2, u_2), \dots, (v_n, u_n)$, 其回归直线 $u = \alpha + \beta v$ 的斜率和截距的最小二乘估计分别为, $\hat{\alpha} = \bar{u} - \hat{\beta} \bar{v}$.

22.(12 分) 计划在某水库建一座至多安装 3 台发电机的水电站. 过去 50 年的水文资料显示, 水库年入流量 X (年入流量: 一年内上游来水与库区降水之和, 单位: 亿立方米) 都在 40 以上. 其中, 不足 80 的年份有 10 年, 不低于 80 且不超过 120 的年份有 35 年, 超过 120 的年份有 5 年, 将年入流量在以上三段的频率作为相应段的概率, 并假设各年的年入流量相互独立.

67 (1) 求未来 4 年多, 至多有 1 年的年入流量超过 120 的概率;

67 (2) 水电站希望安装的发电机尽可能运行, 但每年发电机最多可运行台数受年入流量 X 限制, 并有如下关系:

年入流量 X	$40 < X < 80$	$80 \leq X \leq 120$	$X > 120$
发电机最多可运行台数	1	2	3

若某台发电机运行, 则该台年利润为 5 000 万元; 若某台发电机未运行, 则该台年亏损 800 万元. 欲使水电站年总利润的均值达到最大, 应安装发电机多少台?