

兰州五十一中 2018-2019 年度第一学期期末试卷

高一数学

命题人：侯龙

审题人：张娅琴

第 I 卷 (60 分)

一、单选题 (本大题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分)

1. $\sin(-\frac{2\pi}{3}) =$ ()

A. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $-\frac{1}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{1}{2}$

2. 若角 α 是第二象限角, 则点 $P(\sin \alpha, \cos \alpha)$ 在 ()

A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

3. 根据表格中的数据, 可以判定函数 $f(x) = e^x - x - 2$ 的一个零点所在的区间为 ()

x	-1	0	1	2	3
e^x	0.37	1	2.72	7.39	20.09
$x+2$	1	2	3	4	5

A. $(-1, 0)$ B. $(0, 1)$ C. $(2, 3)$ D. $(1, 2)$

4. 函数 $f(x) = \cos(2x - \frac{\pi}{6})$ 的最小正周期是 ()

A. $\frac{\pi}{2}$ B. π C. 2π D. 4π

5. 已知 $a = \log_5 6$, $b = \ln 0.5$, $c = 0.6^{0.5}$, 则 ()

A. $a > b > c$ B. $a > c > b$ C. $c > a > b$ D. $c > b > a$

6. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} \log_4 x, & x > 0 \\ 3^x, & x \leq 0 \end{cases}$ 则 $f(f(\frac{1}{16})) =$ ()

A. $\frac{1}{9}$ B. $-\frac{1}{9}$ C. 9 D. -9

7. 已知角 α 的顶点与原点 O 重合, 始边与 x 轴的正半轴重合, 若它的终边经过点 $P(2, 1)$,

则 $\tan(2\alpha + \frac{\pi}{4}) =$ ()

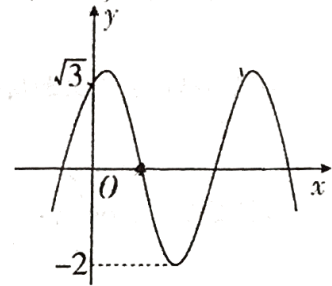
A. -7 B. $-\frac{1}{7}$ C. $\frac{1}{7}$ D. 7

8. 已知 $\tan \alpha = -\frac{1}{2}$, 则 $2\sin^2 \alpha + \sin \alpha \cos \alpha$ ()

A. 0 B. $-\frac{1}{5}$ C. $-\frac{2}{5}$ D. $\frac{2}{5}$

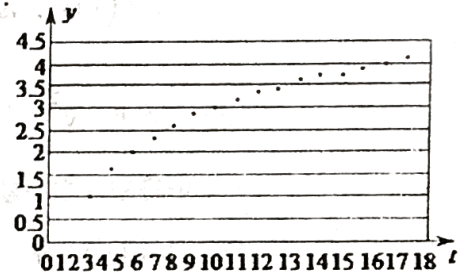
9. 如图, 函数 $f(x) = A \sin(2x + \varphi)$ ($A > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$) 的图象过点 $(0, \sqrt{3})$, 则 $f(x)$ 的图象的一个对称中心是 ()

- A. $(-\frac{\pi}{3}, 0)$ B. $(-\frac{\pi}{6}, 0)$ C. $(\frac{\pi}{6}, 0)$ D. $(\frac{\pi}{4}, 0)$



10. 如图给出了某种豆类生长枝数 y (枝) 与时间 t (月) 的散点图, 那么此种豆类生长枝数与时间的关系用下列函数模型近似刻画最好的是 () .

- A. $y = 2t^2$ B. $y = \log_2 t$
C. $y = t^3$ D. $y = 2^t$



11. 要得到函数 $y = \cos(x + \frac{\pi}{3})$ 的图象, 只需将函数 $y = \sin x$ 的图象 ()

- A. 向左平移 $\frac{5\pi}{6}$ 个长度单位 B. 向右平移 $\frac{5\pi}{6}$ 个长度单位
C. 向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个长度单位 D. 向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个长度单位

12. 已知 $f(x) = \begin{cases} (3a-1)x+4a & (x < 1) \\ \log_a x & (x \geq 1) \end{cases}$ 是 $(-\infty, +\infty)$ 上的减函数, 那么 a 的取值范围是 ()

- A. $(0, 1)$ B. $(0, \frac{1}{3})$ C. $(\frac{1}{7}, \frac{1}{3})$ D. $[\frac{1}{7}, 1)$

第 II 卷 (90 分)

二、填空题 (本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分)

13. 已知幂函数的图象经过点 $(2, \frac{1}{8})$, 则函数的解析式 $f(x) =$ _____.

14. 工艺扇面是中国书画一种常见的表现形式. 高一某班级想用布料制作一面如图所示的扇面参加元旦晚会. 已知此扇面的中心角为 60° , 外圆半径为 60 cm, 内圆半径为 30 cm. 则制作这样一面扇面需要的布料为 _____ cm^2 .



15. 函数 $f(x) = \cos(3x + \frac{\pi}{6})$ 在 $[0, \pi]$ 的零点个数为 _____.

16. 下列说法中, 所有正确说法的序号是()

① 终边落在 y 轴上的角的集合是 $\left\{ \alpha \mid \alpha = \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$;

② 函数 $y = 2\cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$ 图象的一个对称中心是 $\left(\frac{3\pi}{4}, 0\right)$;

③ 函数 $y = \tan x$ 在第一象限是增函数;

④ 已知 $f(x) = 2a\sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) - 2a + b (a > 0), x \in \left[\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}\right]$, $f(x)$ 的值域为

$\{y \mid -3 \leq y \leq \sqrt{3} - 1\}$, 则 $a = b = 1$.

三、解答题 (本小题共 6 小题)

17. (本小题 10 分)

求值: (1) $\sin \frac{\pi}{12} \sin \frac{5\pi}{12}$;

(2) $\tan 20^\circ + \tan 40^\circ + \sqrt{3} \tan 20^\circ \tan 40^\circ$;

18. (本小题 12 分) 已知 $\tan \alpha = 2$,

(1) 求值: $\frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{\sin \alpha - \cos \alpha}$

(2) 求值: $\frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) \cos\left(\frac{5\pi}{2} - \alpha\right) \cos(-\pi + \alpha)}{\cos(7\pi + \alpha) \sin(2\pi - \alpha) \sin(\pi + \alpha)}$

19. (本小题 12 分) 设函数 $f(x) = \log_a(x+2) - 1 (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$.

(1) 若 $f(2) = 1$, 求函数 $f(x)$ 的零点.

(2) 若 $a > 1$, $f(x)$ 在 $[0, 1]$ 上的最大值与最小值互为相反数, 求 a 的值.

20. (本小题 12 分)

某同学用“五点法”画函数 $f(x) = A \sin(\omega x + \varphi) (A > 0, \omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2})$ 在某一个周

期内的图象时, 列表并填入了部分数据, 如下表:

$\omega x + \varphi$	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
x		$\frac{\pi}{6}$		$\frac{2\pi}{3}$	
$y = A \sin(\omega x + \varphi)$	0	2	0		0

(1) 请将上表数据补充完整; 函数 $f(x)$ 的解析式为 $f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$ (直接写出结果即可);

(2) 求函数 $f(x)$ 的单调递增区间;

(3) 求函数 $f(x)$ 在区间 $\left[-\frac{\pi}{2}, 0\right]$ 上的最大值和最小值.

21. (本小题 12 分)

已知 $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$, 且 $\sin \frac{\alpha}{2} + \cos \frac{\alpha}{2} = \frac{\sqrt{6}}{2}$.

(1) 求 $\cos \alpha$ 的值;

(2) 若 $\sin(\alpha - \beta) = -\frac{3}{5}$, $\beta \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$, 求 $\cos \beta$ 的值.

22. (本小题 12 分)

已知函数 $f(x) = \sin^2 x - \sqrt{3} \sin 2x + 3 \cos^2 x$.

(1) 求函数 $f(x)$ 的最小正周期;

(2) 当 $x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ 时, 求 $f(x)$ 的值域;

(3) 将 $f(x)$ 的图像上所有点的横坐标缩短为为原来的 $\frac{1}{2}$ 倍, 再将所得图像向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度, 得到 $g(x)$ 的图像, 求 $g(x)$ 的单调递增区间.