

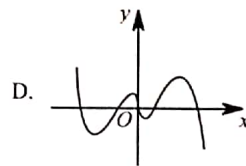
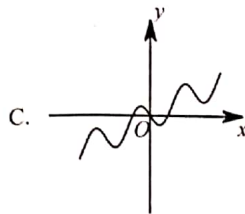
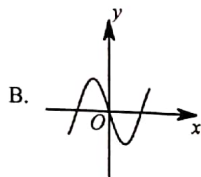
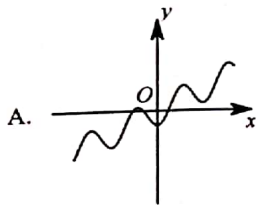
哈尔滨市第九中学 2018—2019 学年上学期
期末考试高一学年数学学科试卷

(时间: 120 分钟 满分: 150 分)

第 I 卷(选择题 共 60 分)

一、选择题 (共 12 小题; 共 60 分)

- 已知集合 $U = \{1, 2, 3, 4\}$, 集合 $A = \{1, 3, 4\}$, $B = \{2, 4\}$, 那么集合 $(C_U A) \cap B = (\quad)$
A. $\{2\}$ B. $\{4\}$ C. $\{1, 3\}$ D. $\{2, 4\}$
- 向量 $(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{MB}) + (\overrightarrow{BO} + \overrightarrow{BC}) + \overrightarrow{OM}$ 化简后等于 (\quad)
A. \overrightarrow{BC} B. \overrightarrow{AB} C. \overrightarrow{AC} D. \overrightarrow{AM}
- 已知函数 $f(x) = \begin{cases} \log_2 x, & x > 0 \\ 2^x, & x \leq 0 \end{cases}$, 则 $f(f(\frac{1}{4}))$ 的值是 (\quad)
A. $\frac{1}{4}$ B. $-\frac{1}{4}$ C. 4 D. -4
- 已知函数 $f(x) = 2\sin(\omega x + \varphi)$ 对任意 x 都有 $f(\frac{\pi}{6} + x) = f(\frac{\pi}{6} - x)$, 则 $f(\frac{\pi}{6}) = (\quad)$
A. 2 或 0 B. -2 或 2 C. 0 D. -2 或 0
- 设 $a = 0.3^{\frac{1}{2}}$, $b = 0.4^{\frac{1}{2}}$, $c = \log_3 0.6$, 则 (\quad)
A. $b < a < c$ B. $c < b < a$ C. $c < a < b$ D. $a < b < c$
- 已知平面向量 $\vec{a} = (1, -3)$, $\vec{b} = (4, -2)$, $\lambda\vec{a} + \vec{b}$ 与 \vec{a} 垂直, 则 λ 是 (\quad)
A. -1 B. 1 C. -2 D. 2
- 已知 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ 为非零向量, t 为实数, 则下列命题正确的是 (\quad)
A. $|\vec{a} \cdot \vec{b}| = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$ B. $(\vec{a} \cdot \vec{b}) \cdot \vec{c} = \vec{a} \cdot (\vec{b} \cdot \vec{c})$
C. $t\vec{a} \cdot \vec{b} = t\vec{b} \cdot \vec{a}$ D. $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{c} = \vec{a} \cdot \vec{c}$
- 函数 $y = \frac{x}{2} - 2\sin x$ 的图象大致是 (\quad)



- 下列函数中, 周期为 π , 且在 $[\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}]$ 上为减函数的是 (\quad)
A. $y = \sin(2x + \frac{\pi}{2})$ B. $y = \cos(2x + \frac{\pi}{2})$
C. $y = \sin(x + \frac{\pi}{2})$ D. $y = \cos(x + \frac{\pi}{2})$
- 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 D 为 AB 上一点, 若 $\overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{DB}$, 则 $\overrightarrow{CD} = (\quad)$
A. $\frac{2}{3}\overrightarrow{CA} + \frac{1}{3}\overrightarrow{CB}$ B. $\frac{1}{3}\overrightarrow{CA} + \frac{2}{3}\overrightarrow{CB}$ C. $2\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{CB}$ D. $\overrightarrow{CA} - 2\overrightarrow{CB}$
- 已知函数 $f(x) = \sin(\omega x + \frac{\pi}{4})$ ($x \in \mathbf{R}, \omega > 0$) 的最小正周期为 π , 将 $y = f(x)$ 的图象向左平移 $|\varphi|$ 个单位长度, 所得函数为偶函数时, 则 φ 的一个值是 (\quad)
A. $\frac{\pi}{2}$ B. $\frac{3\pi}{8}$ C. $\frac{\pi}{4}$ D. $\frac{\pi}{8}$
- 已知函数 $f(x) = \begin{cases} kx + 1, & x \leq 0 \\ \log_2 x, & x > 0 \end{cases}$, 下列是关于函数 $y = f[f(x)] + 1$ 的零点个数的 4 个判断:
①当 $k > 0$ 时, 有 3 个零点; ②当 $k < 0$ 时, 有 2 个零点; ③当 $k > 0$ 时, 有 4 个零点; ④当 $k < 0$ 时, 有 1 个零点.
则正确的判断是 (\quad)
A. ①④ B. ②③ C. ①② D. ③④

第 II 卷 (非选择题 共 90 分)

二、填空题 (共 4 小题; 共 20 分)

- 已知 $\tan \alpha = 2$, 则 $\frac{\sin \alpha + 2\cos \alpha}{2\sin \alpha + \cos \alpha} = \underline{\hspace{2cm}}$.
- 已知 $\sin(\alpha - \frac{\pi}{4}) = \frac{1}{3}$, 则 $\cos(\frac{\pi}{4} + \alpha) = \underline{\hspace{2cm}}$.
- 已知向量 $\vec{a} = (1, \sqrt{3})$, $\vec{b} = (3, m)$. 若向量 \vec{b} 在 \vec{a} 方向上的投影为 3, 则实数 $m = \underline{\hspace{2cm}}$.
- 关于函数 $f(x) = 4\sin(2x + \frac{\pi}{3})$ ($x \in \mathbf{R}$), 有下列命题: ①由 $f(x_1) = f(x_2) = 0$ 可知 $x_1 - x_2$ 必是 π 的整数倍; ② $y = f(x)$ 的表达式可改写成 $y = 4\cos(2x - \frac{\pi}{6})$; ③ $y = f(x)$ 的图象关于点 $(-\frac{\pi}{6}, 0)$ 对称; ④ $y = f(x)$ 的图象关于直线 $x = -\frac{\pi}{6}$ 对称. 其中正确的是 $\underline{\hspace{2cm}}$. (写出所有正取命题的序号)





三、解答题 (共 6 小题; 共 70 分)

17. 已知集合 $A = \{x \mid a - 1 < x < 2a + 1\}$, $B = \{x \mid 0 < x < 1\}$.

(1) 若 $a = \frac{1}{2}$, 求 $A \cap B$;

(2) 若 $A \cap B = \emptyset$, 求实数 a 的取值范围.

18. 已知 $f(x)$ 是定义在 \mathbf{R} 上的偶函数, 当 $x \geq 0$ 时, $f(x) = 2^x$

(1) 求函数 $f(x)$ 的解析式;

(2) 求不等式 $f(x) \leq 4$ 的解集.

19. 已知向量 $\vec{a} = (1, \sqrt{3})$, $\vec{b} = (-2, 0)$.

(1) 求 $|\vec{a} - \vec{b}|$;

(2) 求向量 $\vec{a} - \vec{b}$ 与 \vec{a} 的夹角;

(3) 当 $t \in [-1, 1]$ 时, 求 $|\vec{a} - t\vec{b}|$ 的取值范围.

20. 已知函数 $f(x) = A \sin(\omega x + \varphi)$, $x \in \mathbf{R}$ (其中 $A > 0$, $\omega > 0$, $0 < \varphi < \frac{\pi}{2}$) 的图象与 x 轴的

交点中, 相邻两个交点之间的距离为 $\frac{\pi}{2}$, 且图象上一个最高点为 $M(\frac{\pi}{12}, 3)$.

(1) 求 $f(x)$ 的解析式;

(2) 当 $x \in [-\frac{\pi}{12}, \frac{\pi}{2}]$ 时, 求 $f(x)$ 的值域.

21. $\vec{a} = (1 + \sin x, \cos x + \sin x)$, $\vec{b} = (2 \sin x, \cos x - \sin x)$, $f(x) = \vec{a} \cdot \vec{b}$.

(1) 求函数 $f(x)$ 的解析式;

(2) 已知常数 $\omega > 0$, 若 $y = f(\omega x)$ 在区间 $[-\frac{\pi}{2}, \frac{2\pi}{3}]$ 上是增函数, 求 ω 的取值范围;

(3) 设集合 $A = \{x \mid \frac{\pi}{6} \leq x \leq \frac{2\pi}{3}\}$, $B = \{x \mid |f(x) - m| < 2\}$, 若 $A \subseteq B$, 求实数 m 的取值范围.

22. 定义域为 \mathbf{R} 的函数 $f(x)$ 满足: 对于任意的实数 x, y 都有 $f(x + y) = f(x) + f(y)$ 成立, 且当 $x > 0$ 时, $f(x) < 0$ 恒成立, 且 $nf(x) = f(nx)$.

(1) 判断函数 $f(x)$ 的奇偶性, 并证明你的结论;

(2) 证明 $f(x)$ 为减函数; 若函数 $f(x)$ 在 $[-3, 3]$ 上总有 $f(x) \leq 6$ 成立, 试确定 $f(1)$ 应满足的条件;

(3) 解关于 x 的不等式 $\frac{1}{n}f(ax^2) - f(x) > \frac{1}{n}f(a^2x) - f(a)$, (n 是一个给定的自然数, $a < 0$).