

数 学 试 卷

2019.1

考生注意：

1. 本试卷分第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分。满分 120 分,考试时间 90 分钟。
2. 考生作答时,请将答案答在答题卡上。第Ⅰ卷每小题选出答案后,用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑;第Ⅱ卷请用直径 0.5 毫米黑色墨水签字笔在答题卡上各题的答题区域内作答,超出答题区域书写的答案无效,在试题卷、草稿纸上作答无效。
3. 本卷命题范围:必修 1 占 40%,必修 4 占 60%。

第Ⅰ卷(选择题 共 50 分)

一、选择题:本大题共 10 小题,每小题 5 分,共 50 分. 在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $A = \{x | x \leq 1\}$, $B = \{x | -1 < x < 2\}$, 则 $(\complement_{\mathbb{R}} A) \cap B =$

A. $(1, 2)$ B. $(1, +\infty)$ C. $[1, 2)$ D. $[1, +\infty)$

2. 下列各角中,与 126° 角终边相同的角是

A. -126° B. 486° C. -244° D. 574°

3. 函数 $f(x) = \sqrt{x-1} + \frac{1}{\lg(2-x)}$ 的定义域为

A. $(1, 3)$ B. $(0, 1)$ C. $[1, 2)$ D. $(1, 2)$

4. 已知向量 $\mathbf{a} = (2, 3)$, $\mathbf{b} = (x, 2)$, 且 $\mathbf{a} \perp \mathbf{b}$, 则 $|2\mathbf{a} + 3\mathbf{b}| =$

A. $2\sqrt{3}$ B. $\sqrt{13}$

C. 12

D. 13

5. 若角 α 的终边过点 $(3, y)$, 且 $\sin \alpha = -\frac{4}{5}$, 则 $\sin(\pi + 2\alpha) =$

A. $-\frac{3}{5}$

B. $\frac{3}{5}$

C. $\frac{24}{25}$

D. $-\frac{24}{25}$

6. 若函数 $f(x) = A\sin(\omega x + \varphi)$ ($A > 0, \omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$) 的部分图象如图所示, 将函数 $f(x)$ 的图

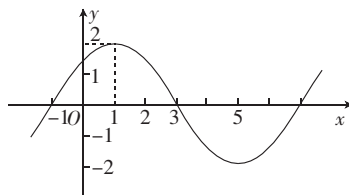
象向左平移 1 个单位长度后, 得到函数 $g(x)$ 的图象, 则 $g(x) =$

A. $2\cos \frac{\pi}{4}x$

B. $2\sin \frac{\pi}{4}x$

C. $2\cos \frac{\pi}{3}x$

D. $2\sin \frac{\pi}{3}x$



7. 在平行四边形 $ABCD$ 中, E 是 AB 中点, BD 交 CE 于点 F , 则 $\overrightarrow{AF} =$

A. $\frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$

B. $\frac{3}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{4}\overrightarrow{AD}$

C. $\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{4}\overrightarrow{AD}$

D. $\frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$

8. 关于 x 的方程 $|\lg|x-1|| = a$ ($a > 0$) 的所有实数解的和为

A. 2

B. 4

C. 6

D. 8

9. 若 $\sin(\alpha - \frac{2\pi}{5}) = \frac{\sqrt{6}}{3}$, α 是第三象限角, 则 $\sin(\alpha - \frac{\pi}{15}) =$

A. $\frac{2\sqrt{3}-3}{6}$

B. $\frac{3-2\sqrt{3}}{6}$

C. $\frac{\sqrt{6}-3}{6}$

D. $\frac{3-\sqrt{6}}{6}$

10. 若函数 $f(x) = \log_3(3^x + 1) + mx$ 是偶函数, 则满足 $f(2x+3) < f(2m)$ 的实数 x 的取值范围是

A. $(0, 1)$

B. $(-1, 0)$

C. $(1, 2)$

D. $(-2, -1)$

第Ⅱ卷(非选择题 共70分)

二、填空题:本大题共4小题,每小题5分,共20分.

11. 已知 $\tan \alpha = 3$, 则 $\sin \alpha (\cos \alpha - \sin \alpha) =$ _____.

12. 若 $x \log_3 2 = 1$, 则 $4^x - 2^{-x} =$ _____.

13. 若扇形 AOB 的圆心角为 $\frac{3\pi}{5}$, 周长为 $10 + 3\pi$, 则该扇形的面积为 _____.

14. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} 2^x - 1, & x > 1 \\ 1, & x \leq 1 \end{cases}$, 则满足 $f(x+2) \leq f(2x)$ 的实数 x 的取值范围是 _____.

三、解答题:本大题共4小题,共50分. 解答应写出必要的文字说明、证明过程及演算步骤.

15. (本小题满分12分)

已知向量 $\mathbf{a} = (-2, 1)$, $\mathbf{b} = (1, -1)$, $\mathbf{m} = \mathbf{a} + 3\mathbf{b}$, $\mathbf{n} = 3\mathbf{a} - k\mathbf{b}$.

(1) 若 $\mathbf{m} \parallel \mathbf{n}$, 求 k 的值;

(2) 当 $k = -2$ 时, 求 \mathbf{m} 与 \mathbf{n} 夹角的余弦值.

16. (本小题满分12分)

已知函数 $f(x) = \log_a x$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$), $f(x)$ 在 $[\frac{1}{3}, 2]$ 上的最大值为 1.

(1) 求 a 的值;

(2) 当函数 $f(x)$ 在定义域内是增函数时, 令 $g(x) = f(\frac{1}{2} + x) + f(\frac{1}{2} - x)$, 判断函数 $g(x)$ 的奇偶性, 并求函数 $g(x)$ 的值域.

17. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = 4\sin \frac{\omega x}{2} \sin\left(\frac{\omega x}{2} - \frac{\pi}{3}\right) - 1$ ($0 < \omega < 6$) 的图象的一个对称中心为 $(-\frac{\pi}{12}, 0)$.

(1) 求 $f(x)$ 的最小正周期;

(2) 求 $f(x)$ 在区间 $[-\frac{\pi}{12}, \frac{\pi}{3}]$ 上的最大值和最小值.

18. (本小题满分 14 分)

函数 $f(x) = \cos(\omega x + \varphi)$ ($\omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$) 的图象关于直线 $x = \frac{\pi}{8}$ 对称, 且图象上相邻两个最高点的距离为 π .

(1) 求函数 $f(x)$ 的解析式以及它的单调递增区间;

(2) 是否存在实数 m , 满足不等式 $f(\frac{\sqrt{m+1}}{8}) > f(\frac{\sqrt{-m+4}}{8})$? 若存在, 求出 m 的取值范围; 若不存在, 请说明理由.