

2018—2019 学年度第二学期质量检测
高一数学试题

考生注意：本试卷分第 I 卷（选择题）和第 II 卷（非选择题）两部分，满分 150 分。考试时间 120 分钟。请将答案填写在答题卡相对应的位置。

第 I 卷（选择题 共 60 分）

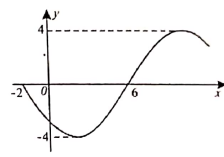
一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

- 已知 α 为第二象限角，则 $\frac{\alpha}{2}$ 所在的象限是
A. 第一或第三象限 B. 第一象限
C. 第二象限 D. 第二或第三象限
- 若 $\cos \theta > 0$ ，且 $\sin 2\theta < 0$ ，则角 θ 的终边所在象限是
A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限
- 圆的半径是 6 cm，则 15° 的圆心角与圆弧围成的扇形面积是
A. $\frac{\pi}{2} \text{ cm}^2$ B. $\pi \text{ cm}^2$ C. $\frac{3\pi}{2} \text{ cm}^2$ D. $3\pi \text{ cm}^2$
- 在平行四边形 $ABCD$ 中，若 $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD}|$ ，则必有
A. $\overrightarrow{AD} = \vec{0}$ B. $\overrightarrow{AB} = \vec{0}$ 或 $\overrightarrow{AD} = \vec{0}$ C. $ABCD$ 是矩形 D. $ABCD$ 是正方形
- 已知 \vec{a} 、 \vec{b} 都是单位向量，则下列结论正确的是
A. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 1$ B. $\vec{a}^2 = \vec{b}^2$ C. $\vec{a} // \vec{b} \Rightarrow \vec{a} = \vec{b}$ D. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$
- 已知函数 $f(x) = \sin(\pi x - \frac{\pi}{2}) - 1$ ，则下列命题正确的是
A. $f(x)$ 是周期为 2 的偶函数 B. $f(x)$ 是周期为 1 的奇函数
C. $f(x)$ 是周期为 1 的非奇非偶函数 D. $f(x)$ 是周期为 2 的非奇非偶函数
- A 为三角形 ABC 的一个内角，若 $\sin A + \cos A = \frac{12}{25}$ ，则这个三角形的形状为
A. 锐角三角形 B. 钝角三角形 C. 等腰直角三角形 D. 等腰三角形
- 已知向量 $\vec{a} = (3, 4)$ ， $\vec{b} = (\sin \alpha, \cos \alpha)$ 且 $\vec{a} // \vec{b}$ ，则 $\tan \alpha =$
A. $\frac{3}{4}$ B. $-\frac{3}{4}$ C. $\frac{4}{3}$ D. $-\frac{4}{3}$
- 函数 $y = 2\sin(2x + \frac{\pi}{3})$ 的图象
A. 关于原点对称 B. 关于点 $(-\frac{\pi}{6}, 0)$ 对称

- C. 关于 y 轴对称 D. 关于直线 $x = \frac{\pi}{6}$ 对称

10. 函数 $y = A\sin(\omega x + \phi)$ ($\omega > 0, |\phi| < \frac{\pi}{2}, x \in \mathbb{R}$) 的部分图象如图所示，则函数表达式为

- A. $y = -4\sin(\frac{\pi}{8}x - \frac{\pi}{4})$ B. $y = 4\sin(\frac{\pi}{8}x - \frac{\pi}{4})$
C. $y = 4\sin(\frac{\pi}{8}x + \frac{\pi}{4})$ D. $y = -4\sin(\frac{\pi}{8}x + \frac{\pi}{4})$

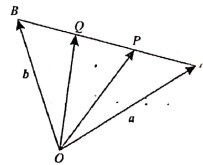


11. 设 $\alpha \in (0, \frac{\pi}{2}), \beta \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$ ，若 $\cos \beta = -\frac{1}{3}, \sin(\alpha + \beta) = \frac{7}{9}$ ，则 $\sin \alpha$ 等于
A. $\frac{1}{27}$ B. $\frac{5}{27}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{23}{27}$
12. 若向量 \vec{a} 与 \vec{b} 的夹角为 60° ， $|\vec{b}| = 4$ ， $(\vec{a} + 2\vec{b}) \cdot (\vec{a} - 3\vec{b}) = -72$ ，则向量 \vec{a} 的模为
A. 2 B. 4 C. 6 D. 12

第 II 卷（非选择题 共 90 分）

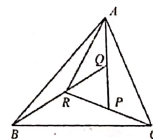
二、填空题（本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分）

13. 已知 $f(\cos x) = \cos 3x$ ，则 $f(\sin 30^\circ)$ 的值为 _____.
14. 如图，设点 P, Q 是线段 AB 的三等分点，若 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}, \overrightarrow{OB} = \vec{b}$ ，则 $\overrightarrow{OP} =$ _____， $\overrightarrow{OQ} =$ _____ (用 \vec{a}, \vec{b} 表示).
15. 已知函数 $f(x) = \sin(x + \theta) + \cos(x + \theta)$ 是偶函数，且 $\theta \in [0, \frac{\pi}{2}]$ ，则 θ 的值为 _____.
16. 已知 $f(x) = a \sin x + b \tan x + 1$ ，满足 $f(5) = 7$ ，则 $f(-5) =$ _____.



三、解答题（本大题共 6 小题，共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤）

17. (本小题满分 10 分) 已知 $\triangle ABC$ 所在平面内一点 P ，满足： AP 的中点为 Q ， BQ 的中点为 R ， CR 的中点为 P 。设 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}, \overrightarrow{AC} = \vec{b}$ ，如图，试用 \vec{a}, \vec{b} 表示向量 \overrightarrow{AP} 。



18. (本小题满分 12 分) 将正弦曲线如何变换可以得到函数 $y=2\sin(\frac{x}{2}+\frac{\pi}{3})$ 的图像, 请写出变换过程, 并画出一个周期的闭区间的函数简图.

19. (本小题满分 12 分) 已知 $\cos(\alpha-\frac{\beta}{2})=-\frac{1}{9}$, $\sin(\frac{\alpha}{2}-\beta)=\frac{2}{3}$, $0<\alpha<\pi, 0<\beta<\frac{\pi}{2}$, 求 $\cos(\alpha+\beta)$ 的值.

20. (本小题满分 12 分) 设两个非零向量 e_1, e_2 不共线, 如果 $\overline{AB}=e_1+e_2$, $\overline{BC}=2e_1+8e_2$, $\overline{CD}=3(e_1-e_2)$.
(1) 求证: A, B, D 共线;
(2) 试确定实数 k , 使 ke_1+e_2 和 e_1+ke_2 共线.

21. (本小题满分 12 分) 已知 $\tan(\frac{\pi}{4}+\alpha)=\frac{1}{2}$.

(1) 求 $\tan \alpha$ 的值; (2) 求 $\frac{\sin 2\alpha - \cos^2 \alpha}{1 + \cos 2\alpha}$ 的值.

22. (本小题满分 12 分) 已知向量 $a=(\sqrt{3}\sin\omega x, \cos\omega x)$, $b=(\cos\omega x, \cos\omega x)$, 其中 $\omega>0$, 记函数 $f(x)=a \cdot b$, 已知 $f(x)$ 的最小正周期为 π .

(1) 求 ω ;

(2) 当 $0 < x \leq \frac{\pi}{3}$ 时, 试求 $f(x)$ 的值域.