

高一年级期末考试 数学试题

第 I 卷 (选择题 共 60 分)

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，满分 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A = \{x | x - 2 < 0\}$, $B = \{1, 2, 3\}$, 则 $A \cap B =$ ()

- A. $\{1, 2, 3\}$ B. $\{1\}$ C. $\{3\}$ D. \emptyset

2. 下列函数中，在 $(0, 2)$ 上为增函数的是 ()

- A. $y = -3x + 2$ B. $y = \frac{3}{x}$
 C. $y = x^2 - 4x + 5$ D. $y = 3x^2 + 8x - 10$

3. $\sqrt{\sqrt{a}}$ ($a > 0$) 可以化简为 ()

- A. $a^{\frac{3}{2}}$ B. $a^{\frac{1}{8}}$ C. $a^{\frac{3}{4}}$ D. $a^{\frac{3}{8}}$

4. 若奇函数 $f(x)$ 在 $[3, 7]$ 上是增函数，且最小值是 1，则它在 $[-7, -3]$ 上是 ()

- A. 增函数且最小值是 -1 B. 增函数且最大值是 -1
 C. 减函数且最大值是 -1 D. 减函数且最小值是 -1

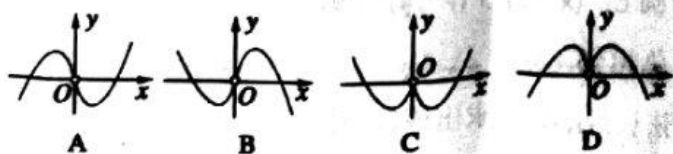
5. 设集合 $A = \{y | y = 2^x, x \in \mathbb{R}\}$, $B = \{x | x^2 - 1 < 0\}$, 则 $A \cup B =$ ()

- A. $(-1, 1)$ B. $(0, 1)$ C. $(-1, +\infty)$ D. $(0, +\infty)$

6. 三个数 $\log_2 \frac{1}{5}$, $2^{0.1}$, $2^{0.2}$ 的大小关系是 ()

- A. $\log_2 \frac{1}{5} < 2^{0.1} < 2^{0.2}$ B. $\log_2 \frac{1}{5} < 2^{0.2} < 2^{0.1}$
 C. $2^{0.1} < 2^{0.2} < \log_2 \frac{1}{5}$ D. $2^{0.1} < \log_2 \frac{1}{5} < 2^{0.2}$

7. 函数 $f(x) = x \ln|x|$ 的图象大致是 ()



姓名 _____ 班级 _____ 学校 _____

C. $[-2\sqrt{2}, 2\sqrt{2}]$

D. $(-2, 2)$

第 II 卷

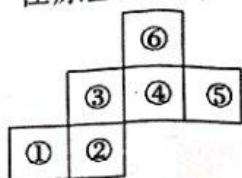
二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分。

12. 若函数 $y = mx^2 + x - 2$ 没有零点，则实数 m 的取值范围是_____。

13. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} \log_2 x & x > 0 \\ 3^x & x \leq 0 \end{cases}$ ，则 $f\left(f\left(\frac{1}{4}\right)\right) =$ _____。

14. 若函数 $y = \log_{\frac{1}{2}}(3x^2 - ax + 5)$ 在 $[-1, +\infty)$ 上是减函数，则实数 a 的取值范围是_____。

15. 如图，是一个正方体的展开图，在原正方体中，相对的面分别是_____。



直线 l 与直线 $y = 1$, $x - y - 7 = 0$ 分别交于 A , B 两点，线段 AB 的中点为 $M(1, -1)$ ，则直线 l 的斜率为_____。

三、解答题：本大题共 6 小题，满分 70 分。解答须写出文字说明，证明过程和演算步骤。

17. (本小题满分 10 分) 已知函数 $f(x)$ 是正比例函数，函数 $g(x)$ 是反比例函数，且 $f(1) = 1$, $g(1) = 2$,

(1) 求函数 $f(x)$ 和 $g(x)$;

(2) 判断函数 $f(x) + g(x)$ 的奇偶性。

18. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{ax}$, a 为常数，且函数的图象过点 $(-1, 2)$ 。

(1) 求 a 的值;

(2) 若 $g(x) = 4^{-x} - 2$, 且 $g(x) = f(x)$, 求满足条件的 x 的值。

19. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = \log_a(1+x)$, $g(x) = \log_a(1-x)$, ($a > 0$, $a \neq 1$).

(1) 设 $a = 2$, 函数 $f(x)$ 的定义域为 $[3, 63]$, 求 $f(x)$ 的最值;

(2) 求使 $f(x) - g(x) > 0$ 的 x 的取值范围。

20. (本小题满分 12 分)

如图，在正三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中， $AB = 3$, $AA_1 = 4$, M 为 AA_1 的中点， P 是 BC 上的一点，且由 P 沿棱柱侧面经过棱 CC_1 到 M 的最短路线长为 $\sqrt{29}$, 设这条最短路线与 CC_1 的交点为 N . 求:

(1) 该三棱柱的侧面展开图的对角线的长;

(2) PC 和 NC 的长.

已知直线 l 经过点 $P(-2,5)$ 且斜率为 $-\frac{3}{4}$.

(1) 求直线 l 的方程;

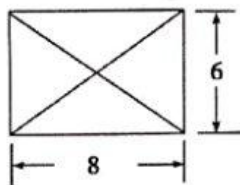
(2) 若直线 m 平行于直线 l , 且点 P 到直线 m 的距离为 3, 求直线 m 的方程.

21 (本小题满分 12 分)

已知某四棱锥的俯视图是如图所示的矩形, 正视图(或称主视图)是一个底边长为 8, 高为 4 的等腰三角形, 侧视图(或称左视图)是一个底边长为 6, 高为 4 的等腰三角形. 求:

(1) 该几何体的体积 V ;

(2) 该几何体的侧面积 S .



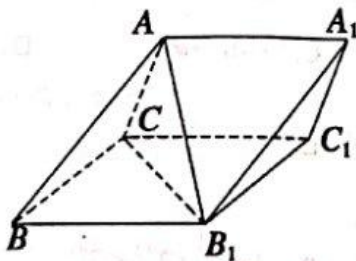
已知圆心为 C 的圆经过点 $A(0,2)$ 和 $B(1,1)$, 且圆心 C 在直线 $l: x+y+5=0$ 上.

(I) 求圆 C 的标准方程;

(II) 若 $P(x,y)$ 是圆 C 上的动点, 求 $3x-4y$ 的最大值与最小值.

22 (本小题满分 12 分)

如图, 三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, 侧面 BB_1C_1C 为菱形, B_1C 的中点为 O , 且 $AO \perp$ 平面 BB_1C_1C .



(1) 证明: $B_1C \perp AB$;

(2) 若 $AC \perp AB_1$, $\angle CBB_1 = 60^\circ$, $BC = 1$, 求三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的高.

已知动直线 $l: (m+3)x - (m+2)y + m = 0$ 与圆 $C: (x-3)^2 + (y-4)^2 = 9$.

(1) 求证: 无论 m 为何值, 直线 l 与圆 C 总相交.

(2) m 为何值时, 直线 l 被圆 C 所截得的弦长最小? 请求出该最小值.