

## 高一数学试题

### 注意事项:

1. 本试卷共 4 页,全卷满分 150 分,答题时间 120 分钟;
2. 答卷前,考生须准确填写自己的姓名、准考证号,并认真核准条形码上的姓名、准考证号;
3. 第 I 卷选择题必须使用 2B 铅笔填涂,第 II 卷非选择题必须使用 0.5 毫米黑色墨水签字笔书写,涂写要工整、清晰;
4. 考试结束后,监考员将答题卡按顺序收回,装袋整理;试题卷不回收.

### 第 I 卷(选择题 共 60 分)

一、选择题(本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分,在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.)

1. 已知集合  $A = \{0, 1, 2\}$ ,  $B = \{x | x > 0\}$ , 则  $A \cap B =$

- A.  $\{0\}$                       B.  $\{1\}$                       C.  $\{1, 2\}$                       D.  $\{0, 1, 2\}$

2. 计算:  $\log_8 2 + 9^{\frac{1}{3}} \cdot 3^{\frac{1}{3}} =$

- A.  $\frac{10}{3}$                       B.  $\frac{8}{3}$                       C.  $\frac{7}{4}$                       D.  $\frac{5}{4}$

3. 直线  $\sqrt{3}x + 3y + 4 = 0$  的倾斜角大小是

- A.  $\frac{\pi}{6}$                       B.  $\frac{\pi}{3}$                       C.  $\frac{2\pi}{3}$                       D.  $\frac{5\pi}{6}$

4. 函数  $f(x) = x + \ln x - 3$  的零点所在的区间是

- A.  $(0, 1)$                       B.  $(1, 2)$                       C.  $(2, 3)$                       D.  $(3, 4)$

5. 在同一平面直角坐标系中,函数  $y = 3^x$  与  $y = 3^{-x}$  的图像关于

- A. 直线  $x = 1$  对称                      B.  $x$  轴对称  
C. 直线  $y = x$  对称                      D.  $y$  轴对称

6. 下列各组函数中,表示同一函数的是

A.  $f(x) = 2\lg x, g(x) = \lg x^2$

B.  $f(x) = 2^x, g(x) = \sqrt{2^{2x}}$

C.  $f(x) = x, g(x) = 10^{\lg x}$

D.  $f(x) = 1(x \neq 0), g(x) = \frac{x}{|x|}$

7. 已知圆  $C_1: (x+1)^2 + (y-3)^2 = 25$ , 圆  $C_2$  与圆  $C_1$  关于点  $(1, 4)$  对称, 则圆  $C_2$  的方程是

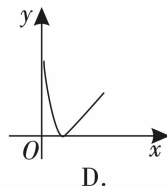
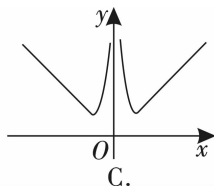
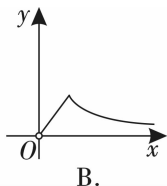
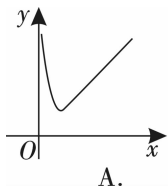
A.  $(x-3)^2 + (y-5)^2 = 25$

B.  $(x-5)^2 + (y+1)^2 = 25$

C.  $(x-1)^2 + (y-4)^2 = 25$

D.  $(x-3)^2 + (y+2)^2 = 25$

8. 函数  $f(x) = 2^{-|\log_2 x|}$  的大致图像为



9. 圆  $x^2 + y^2 - 2ax + 4y + a^2 = 0$  与圆  $x^2 + y^2 - 2(a+3)x - 4y + a^2 + 6a + 4 = 0$  的位置关系是

A. 与  $a$  有关

B. 内切

C. 相交

D. 外切

10. 《九章算术》中,将底面是直角三角形的直三棱柱称之为“堑堵”,如图所示网格中的每个小正方形的边长为 1,粗线画出的是某“堑堵”的三视图,则该“堑堵”的体积为



(第 10 题图)

A. 2

B. 4

C. 6

D. 8

11. 已知奇函数  $f(x)$  在  $\mathbf{R}$  上是减函数,若  $a = -f(\log_2 \frac{1}{5}), b = f(\log_2 6), c = f(2^{0.8})$ , 则  $a, b, c$  的大小关系为

A.  $a < b < c$

B.  $b < a < c$

C.  $c < b < a$

D.  $c < a < b$

12. 已知  $a, b$  是两条不同的直线,  $\alpha, \beta$  是两个不同的平面, 则下列说法中正确的是

A. 若  $a \not\subset \alpha, b \not\subset \beta$ , 则  $a \parallel b$

B. 若  $a \not\subset \alpha, b \not\subset \beta$ , 则  $a \perp b$

C. 若  $a \perp \alpha, b \perp \beta, \alpha \perp \beta$ , 则  $a \perp b$

D. 若  $a \perp \alpha, b \perp \beta, \alpha \parallel \beta$ , 则  $a \perp b$

## 第 II 卷(非选择题 共 90 分)

### 二、填空题(本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分)

13. 函数  $y = \frac{\sqrt{x+4}}{x+2}$  的定义域是\_\_\_\_\_.

14. 过点  $(0,1)$  且与直线  $x-2y+1=0$  垂直的直线方程是\_\_\_\_\_.

15. 一个长方体的各顶点均在同一球的球面上,且一个顶点上的三条棱的长分别为  $1, \sqrt{2}, \sqrt{3}$ , 则此球的表面积为\_\_\_\_\_.

16. 若关于  $x$  的方程  $a^x - x - a = 0 (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$  有两个不同的实数根,则  $a$  的取值范围为\_\_\_\_\_.

### 三、解答题(本大题共 6 小题,共 70 分,解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

17. (本小题满分 10 分)

已知直线  $l_1: x - y + 4 = 0$  与  $l_2: 2x + y - 1 = 0$  相交于点  $P$ ,求满足下列条件的直线方程:

(I) 过点  $P$  且过原点的直线方程;

(II) 过点  $P$  且平行于直线  $l_3: x - 2y - 1 = 0$  的直线方程.

18. (本小题满分 12 分)

已知函数  $f(x)$  的图像与  $g(x) = \log_a x (a > 0, a \neq 1)$  的图像关于  $x$  轴对称,且  $g(x)$  的图像过点  $(4,2)$ .

(I) 求函数  $f(x)$  的解析式;

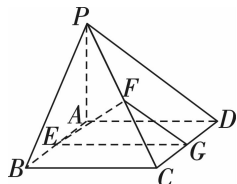
(II) 若  $f(3x-1) > f(-x+5)$  成立,求  $x$  的取值范围.

19. (本小题满分 12 分)

如图,在四棱锥  $P-ABCD$  中, $PA \perp$  平面  $ABCD$ ,平面  $ABCD$  是矩形, $E, F, G$  分别是  $AB, PC, CD$  的中点. 求证:

(I)  $CD \perp$  平面  $PAD$ ;

(II) 平面  $PAD \parallel$  平面  $EFG$ .



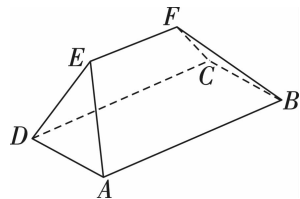
(第 19 题图)

20. (本小题满分 12 分)

如图,在五面体  $ABCDEF$  中,底面  $ABCD$  为正方形, $EF \parallel DC$ ,平面  $ABCD \perp$  平面  $CDEF$ , $AE \perp CF$ .

( I ) 求证: $CF \perp DE$ ;

( II ) 若  $CF = DE$ , $DC = 2EF = 4$ ,求五面体  $ABCDEF$  的体积.



(第 20 题图)

21. (本小题满分 12 分)

已知经过点  $A(2, -1)$  的圆  $C$  与直线  $x + y - 1 = 0$  相切,且圆心  $C$  在直线  $y = -2x$  上.

( I ) 求圆  $C$  的标准方程;

( II ) 若直线  $l$  经过原点  $O$ ,并且被圆  $C$  截得的弦长为 2,求直线  $l$  的方程.

22. (本小题满分 12 分)

已知函数  $f(x) = -x^2 + 2ax + 1 - a$ ,

( I ) 若  $a = 2$ ,求  $f(x)$  在区间  $[0, 3]$  上的最值;

( II ) 若  $f(x)$  在区间  $[0, 1]$  上有最大值 3,求实数  $a$  的值.

# 韩城市 2018 ~ 2019 学年度第一学期期末教学检测

## 高一数学试题参考答案及评分标准

一、选择题(本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分,在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.)

1. C    2. A    3. D    4. C    5. D    6. B    7. A    8. A    9. D    10. A    11. B    12. C

二、填空题(本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分)

13.  $[-4, -2) \cup (-2, +\infty)$     14.  $2x + y - 1 = 0$     15.  $6\pi$     16.  $(1, +\infty)$

三、解答题(本大题共 6 小题,共 70 分,解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

17. 解:( I ) 由  $\begin{cases} x - y + 4 = 0 \\ 2x + y - 1 = 0 \end{cases}$ , 得  $\begin{cases} x = -1 \\ y = 3 \end{cases}$ ,  $\therefore P(-1, 3)$ .

$\therefore$  过点  $P$  与原点的直线斜率为  $-3$ ,

故所求的直线方程为:  $y = -3x$ . ..... (5 分)

( II ) 过点  $P$  且平行于直线  $l_3: x - 2y - 1 = 0$  的直线方程为  $y - 3 = \frac{1}{2}(x + 1)$ , 即  $x - 2y + 7 = 0$ . .....

..... (10 分)

18. 解:( I ) 由题知,  $g(4) = \log_a 4 = 2$ , 解得  $a = 2$ ,  $\therefore g(x) = \log_2 x$ ,

$\therefore$  函数  $f(x)$  的图像与  $g(x) = \log_2 x$  的图像关于  $x$  轴对称,

$\therefore f(x) = \log_{\frac{1}{2}} x$ . ..... (6 分)

( II )  $\therefore$  函数  $f(x)$  为减函数,  $f(3x - 1) > f(-x + 5)$ ,

$$\therefore \begin{cases} 3x - 1 > 0 \\ -x + 5 > 0 \\ 3x - 1 < -x + 5 \end{cases}, \text{ 解得 } \frac{1}{3} < x < \frac{3}{2},$$

即  $x$  的取值范围是  $(\frac{1}{3}, \frac{3}{2})$ . ..... (12 分)

19. 证明:( I )  $\therefore PA \perp$  平面  $ABCD$ ,  $\therefore CD \perp PA$ ,

又矩形  $ABCD$  中,  $CD \perp AD$ , 且  $AD \cap PA = A$ ,

$\therefore CD \perp$  平面  $PAD$ . ..... (6 分)

( II )  $\therefore$  矩形  $ABCD$  中,  $E, G$  分别是  $AB, CD$  的中点,

$\therefore EG \parallel AD$ ,

$\therefore EG \not\subset$  平面  $PAD, AD \subset$  平面  $PAD, \therefore EG \parallel$  平面  $PAD$ ,

$\therefore F, G$  分别是  $PC, CD$  的中点,  $\therefore FG \parallel PD$ ,

$\therefore FG \not\subset$  平面  $PAD, PD \subset$  平面  $PAD, \therefore FG \parallel$  平面  $PAD$ ,

$\therefore EG \cap FG = G, EG \subset$  平面  $EFG, FG \subset$  平面  $EFG$ ,

$\therefore$  平面  $PAD \parallel$  平面  $EFG$ . ..... (12 分)

20. 解:( I ) ∵ 平面  $ABCD \perp$  平面  $CDEF$ , 平面  $ABCD \cap$  平面  $CDEF = CD, AD \perp CD$ ,

∴  $AD \perp$  平面  $CDEF$ ,

又  $CF \not\subset$  平面  $CDEF$ , ∴  $AD \perp CF$ .

又  $AE \perp CF, AD \cap AE = A$ , ∴  $CF \perp$  平面  $AED$ ,

∴  $DE \not\subset$  平面  $AED$ , ∴  $CF \perp DE$ . ..... (6分)

( II ) 连接  $FA, FD$ , 过  $F$  作  $FM \perp CD$  于  $M$ ,

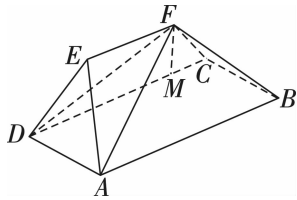
∵ 平面  $ABCD \perp$  平面  $CDEF$  且交线为  $CD, FM \perp CD$ ,

∴  $FM \perp$  平面  $ABCD$ .

∵  $CF = DE, DC = 2EF = 4$ , 且  $CF \perp DE$ ,

∴  $FM = CM = 1$ ,

∴ 五面体  $ABCDEF$  的体积  $V = V_{F-ABCD} + V_{A-DEF} = \frac{16}{3} + \frac{4}{3} = \frac{20}{3}$ . ..... (12分)



21. 解:( I ) 由题可设圆心  $C(a, -2a)$ , 半径为  $r(r > 0)$ ,

则圆  $C$  的标准方程为:  $(x - a)^2 + (y + 2a)^2 = r^2$ ,

$$\therefore \begin{cases} (2 - a)^2 + (-1 + 2a)^2 = r^2 \\ \frac{|a + 1|}{\sqrt{2}} = r \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} a = 1 \\ r = \sqrt{2} \end{cases}$$

∴ 圆  $C$  的标准方程为  $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 2$ . ..... (6分)

( II ) 当直线  $l$  斜率不存在时, 满足条件, 此时直线方程为  $x = 0$ ;

当直线  $l$  斜率存在时, 设直线  $l$  方程为:  $kx - y = 0$ ,

$$\text{则 } 1 + \left( \frac{|k + 2|}{\sqrt{k^2 + 1}} \right)^2 = 2, \text{解得 } k = -\frac{3}{4},$$

此时直线  $l$  方程为:  $3x + 4y = 0$ ,

故直线  $l$  的方程为  $x = 0$  或  $3x + 4y = 0$ . ..... (12分)

22. 解:( I ) 若  $a = 2$ , 则  $f(x) = -x^2 + 4x - 1 = -(x - 2)^2 + 3$ ,

函数  $f(x)$  图像开口向下, 对称轴为  $x = 2$ ,

∴ 函数  $f(x)$  在区间  $[0, 2]$  上是增加的, 在区间  $[2, 3]$  上是减少的,

又  $f(0) = -1, f(3) = 2$ ,

∴  $f(x)_{\min} = f(0) = -1, f(x)_{\max} = f(2) = 3$ . ..... (6分)

( II ) 函数  $f(x)$  图像的对称轴为  $x = a$ ,

当  $a \leq 0$  时, 函数  $f(x)$  在区间  $[0, 1]$  上是减少的,

则  $f(x)_{\max} = f(0) = 1 - a = 3$ , 即  $a = -2$ ;

当  $0 < a < 1$  时, 函数  $f(x)$  在区间  $[0, a]$  上是增加的, 在区间  $[a, 1]$  上是减少的,

则  $f(x)_{\max} = f(a) = a^2 - a + 1 = 3$ , 解得  $a = 2$  或  $a = -1$ , 均不符合;

当  $a \geq 1$  时, 函数  $f(x)$  在区间  $[0, 1]$  上是增加的,

则  $f(x)_{\max} = f(1) = -1 + 2a + 1 - a = 3$ , 解得  $a = 3$ .

综上所述,  $a = -2$  或  $a = 3$ . ..... (12分)