

高一数学试题

一、选择题 (本大题共 10 小题, 共 40 分)

1. 直线 $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x - 1$ 的倾斜角是 ()

A. -30° B. 30° C. 120° D. 150°
2. 设 $\sin\theta + \cos\theta = \frac{\sqrt{2}}{2}$, 则 $\sin 2\theta =$ ()

A. $\frac{1}{2}$ B. $-\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{4}$
3. 若直线 $l_1: (m-2)x - y - 1 = 0$, 与直线 $l_2: 3x - my = 0$ 互相平行, 则 m 的值等于 ()

A. 0 或 -1 或 3 B. 0 或 3 C. 0 或 -1 D. -1 或 3
4. 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $a\cos C + c\cos A = b\sin B$, 则此三角形为 ()

A. 等边三角形 B. 等腰三角形
C. 直角三角形 D. 等腰直角三角形
5. 若直线 $3x + 2y - 2m - 1 = 0$ 与直线 $2x + 4y - m = 0$ 的交点在第四象限, 则实数 m 的取值范围是:

A. $(-\infty, -2)$ B. $(-2, +\infty)$ C. $(-\infty, -\frac{2}{3})$ D. $(-\frac{2}{3}, +\infty)$
6. 已知 $\sin(\alpha + \frac{\pi}{6}) = \frac{4}{5}$, $\cos(\beta - \frac{\pi}{6}) = \frac{12}{13}$, $\alpha, \beta \in (0, \frac{\pi}{6})$, 则 $\cos(\alpha + \beta) =$ ()

A. $\frac{63}{65}$ B. $\frac{33}{65}$ C. $\frac{16}{65}$ D. $\frac{56}{65}$
7. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A, \angle B, \angle C$ 的对边分别为 a, b, c , 且 $a^2 + b^2 = c^2 + ab$ 则角 C 等于 ()

A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{3}$ C. $\frac{2\pi}{3}$ D. $\frac{5\pi}{6}$
8. 在 $\triangle ABC$ 中, $a=2, b=2\sqrt{3}, A=30^\circ$, 则 $B =$ ()

A. 30° B. 60° C. 30° 或 150° D. 60° 或 120°
9. 直线 l 过点 $A(1,3)$ 且与坐标轴的截距相等, 则直线 l 的方程是 ()

A. $x+y-4=0$ B. $x-y+4=0$ C. $x+y+4=0$ 或 $x-3y=0$ D. $x+y-4=0$ 或 $3x-y=0$
10. 已知函数 $f(x) = 1 - 2\cos^2(x + \frac{\pi}{4})$ 则 ()

A. 周期为 π 的偶函数 B. 周期为 2π 的偶函数
C. 周期为 π 的奇函数 D. 周期为 2π 的奇函数

二、填空题 (本大题共 6 小题, 共 30 分)

11. 已知点 $A(2, m), B(3, 3)$, 直线 AB 的斜率为 1, 那么 m 的值为 _____
12. $\sin 46^\circ \cos 16^\circ - \cos 46^\circ \sin 16^\circ =$ _____.
13. 不论 m 为何实数, 直线 $(m-1)x - y + 2m + 1 = 0$ 恒过定点 _____

14. 已知锐角 α, β 满足 $\cos\alpha = \frac{\sqrt{5}}{5}, \tan\beta = 3$, 则 $\tan(\alpha + \beta) = \underline{\hspace{2cm}}$, $\alpha + \beta = \underline{\hspace{2cm}}$.

15. 在 $\triangle ABC$ 中, $a = \sqrt{3}, b = 1, \angle A = \frac{\pi}{3}$, 则 $\cos B = \underline{\hspace{2cm}}$.

16. 小李测量某塔的高度, 他现在A点测量塔顶的仰角为 30° , 然后他向前直线前进了20米, 测量塔顶的仰角为 75° , 则塔的高度为 $\underline{\hspace{2cm}}$ (小李身高忽略不计).

三、解答题 (本大题共6小题, 共80分)

17. (本小题13分) 已知函数 $f(x) = 2\cos x(\sin x - \cos x)$

(1) 求 $f(x)$ 最小正周期

(2) $x \in [-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}]$, 求 $f(x)$ 的最大值和最小.

18. (本小题13分) 已知直线 $l_1: x - y - 2 = 0, l_2: 2x + y - 4 = 0$

(1) 求直线 l_1 与 l_2 的交点

(2) 若通过(1)中交点的直线与 $3x - 2y + 4 = 0$ 垂直, 求直线的一般式方程.

(3) 求出通过(1)中交点且倾斜角为 120° 的直线的斜截式方程.

19. (本小题13分) 已知 a, b, c 分别是 $\triangle ABC$ 内角 A, B, C 的对边.

且满足 $(b - c)^2 = a^2 - bc$.

(1) 求角 A 的大小;

(2) 若 $a = 3, \sin C = 2\sin B$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

20. (本小题14分) 已知函数

$$f(x) = \sin x \cos(x + \frac{\pi}{3})$$

(1) 求函数 $f(x)$ 的单调增区间

(2) 若 α 在第四象限, 且 $\cos\alpha = \frac{3}{5}$, 求 $f(\frac{\alpha}{2} + \frac{\pi}{3})$ 的值.

21. (本小题 13 分) 在锐角 $\triangle ABC$ 中, $2a \sin B = b$.

(I) 求 $\angle A$ 的大小;

(II) 求 $\sqrt{3} \sin B - \cos(C + \frac{\pi}{6})$ 的最大值.

22. (本小题 14 分) 已知直线 l $y = \frac{1}{2}x$ 上一点 P 的坐标为 $(2, 1)$;

(1) 经过点 P 的直线 m 与坐标轴交于 A, B 两点, 且点 P 平分线段 AB , 求直线 m 的方程.

(2) 过点 P 作直线 n , 若直线 l , 直线 n 与 x 轴围成的三角形面积为 1, 求直线 n 的方程.