



# 长春八中 2019 年 1 月高一年级期末考试

## 数学试题

命题人：王杨      审题人：赵权忠  
 考试时间：90 分钟      分值：150 分

### 第 I 卷(选择题)

一、选择题(本大题包括 12 小题,每小题 5 分,共 60 分,每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的,请将正确选项填写在答题卡上)

1. 下列说法正确的是( )

- A. 钝角一定是第二象限角      B. 终边相同的角一定相等  
 C. 第四象限角一定是负角      D. 小于  $90^\circ$  的角都是锐角

2. 函数  $f(x) = e^x + x - 2$  的零点所在的区间为( )

- A. (1,2)      B. (0,1)      C. (-1,0)      D. (-2, -1)

3. 若  $\alpha$  是第二象限角, 则点  $P(\sin\alpha, \cos\alpha)$  在( )

- A. 第一象限      B. 第二象限      C. 第三象限      D. 第四象限

4. 已知角  $\alpha$  的终边过点  $P(-3,4)$ , 则  $\sin\alpha + \cos\alpha$  等于( )

- A.  $\frac{3}{5}$       B.  $-\frac{4}{5}$       C.  $\frac{1}{5}$       D.  $-\frac{1}{5}$

5. 如果  $\log_{\frac{1}{2}}x < \log_{\frac{1}{2}}y < 0$ , 那么( )

- A.  $1 < x < y$       B.  $1 < y < x$       C.  $y < x < 1$       D.  $x < y < 1$

6. 如果函数  $f(x) = \cos\left(\omega x + \frac{\pi}{4}\right)$  ( $\omega > 0$ ) 的相邻两个对称轴之间的距离为  $\frac{\pi}{6}$ , 则  $\omega$  的值为( )

- A. 3      B. 6      C. 12      D. 24

7. 使不等式  $\sqrt{2} - 2\sin x \geq 0$  成立的  $x$  的取值集合是( )

- A.  $\left\{x \mid 2k\pi + \frac{\pi}{4} \leq x \leq 2k\pi + \frac{3\pi}{4}, k \in \mathbb{Z}\right\}$   
 B.  $\left\{x \mid 2k\pi + \frac{7\pi}{4} \leq x \leq 2k\pi + \frac{7\pi}{4}, k \in \mathbb{Z}\right\}$

$$C. \left\{ x \mid 2k\pi - \frac{5\pi}{4} \leq x \leq 2k\pi + \frac{\pi}{4}, k \in \mathbb{Z} \right\}$$

$$D. \left\{ x \mid 2k\pi + \frac{5\pi}{4} \leq x \leq 2k\pi + \frac{7\pi}{4}, k \in \mathbb{Z} \right\}$$

8. 函数  $f(x) = \sqrt{2x-1} + x$  的值域是( )

- A.  $[\frac{1}{2}, +\infty)$       B.  $(-\infty, \frac{1}{2}]$       C.  $(0, +\infty)$       D.  $[1, +\infty)$

9. 对于函数  $y = 2\sin(2x + \frac{\pi}{6})$ , 则下列结论正确的是( )

- A. 函数在区间  $[-\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{6}]$  递增
- B. 函数的图象关于点  $(\frac{\pi}{3}, 0)$  对称
- C. 函数的图象关于直线  $x = -\frac{\pi}{12}$  对称
- D. 最小正周期是  $\frac{\pi}{2}$

10. 函数  $f(x) = |\sin x - \cos x| + (\sin x + \cos x)$  的值域为( )

- A.  $[-\sqrt{2}, \sqrt{2}]$       B.  $[-\sqrt{2}, 2]$       C.  $[-2, \sqrt{2}]$       D.  $[-2, 2]$

11. 函数  $f(x) = \cos 2x + 6\cos(\frac{\pi}{2} - x)$  的最大值为( )

- A. 4      B. 5      C. 6      D. 7

12. 已知  $\cos(\alpha - \beta) = \frac{3}{5}$ ,  $\sin\beta = -\frac{5}{13}$ , 且  $\alpha \in (0, \frac{\pi}{2})$ ,  $\beta \in (-\frac{\pi}{2}, 0)$ ,

则  $\sin\alpha$  等于( )

- A.  $-\frac{33}{65}$       B.  $-\frac{56}{65}$       C.  $\frac{33}{65}$       D.  $\frac{56}{65}$

第II卷(非选择题)

二、填空题(本题包括4小题,每小题5分,共20分,把正确答案填在答题卡上).

13. 求满足  $\left(\frac{1}{4}\right)^{x^2-8} > 4^{-2x}$  的  $x$  的取值集合是 \_\_\_\_\_.

14. 已知  $f(x) = ax^7 - bx + 2$  且  $f(-5) = 17$ , 则  $f(5) =$  \_\_\_\_\_.

15. 已知  $\sin \alpha \cos \alpha = \frac{1}{8}$ , 且  $\frac{\pi}{4} < \alpha < \frac{\pi}{2}$ , 则  $\cos \alpha - \sin \alpha =$  \_\_\_\_\_.

16.  $\frac{\sin 50^\circ - \sin 20^\circ \cos 30^\circ}{\cos 20^\circ} =$  \_\_\_\_\_.

三、解答题(本大题包括5小题,共70分,解答应写出文字说明,证明过程或演算步骤).

17. (本小题14分)

函数  $f(x) = k \cdot a^{-x}$  ( $k, a$  为常数,  $a > 0$  且  $a \neq 1$ ) 的图象过点  $A(0, 1), B(3, 8)$ ,

(1) 求函数  $f(x)$  的解析式;

(2) 若函数  $g(x) = \frac{f(x)-1}{f(x)+1}$ , 试判断函数  $g(x)$  的奇偶性, 并给出证明.

18. (本小题14分)

已知  $f(\alpha) = \frac{\sin(\pi - \alpha) \cos(2\pi - \alpha) \tan(-\alpha + \frac{3\pi}{2})}{\tan(\frac{\pi}{2} + \alpha) \sin(-\pi - \alpha)}$ .

(1) 化简  $f(\alpha)$ ;

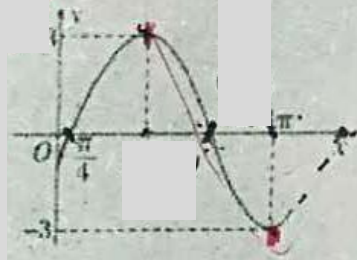
(2) 若  $\alpha$  是第三象限角, 且  $\cos(\alpha - \frac{3\pi}{2}) = \frac{1}{5}$ , 求  $f(\alpha)$  的值.

19. (本小题 14 分)

已知函数  $f(x) = A\sin(\omega x + \varphi)$  ( $A > 0, \omega > 0, -\frac{\pi}{2} < \varphi < \frac{\pi}{2}$ ) 的一段图象如图所示.

(1) 求  $f(x)$  的解析式;

(2) 求  $f(x)$  的单调减区间, 并指出  $f(x)$  的最大值及取到最大值时  $x$  的集合.



20 (本小题 14 分)

已知函数  $f(x) = \cos^2(x - \frac{\pi}{6}) - \sin^2 x$ .

(I) 求  $f(\frac{\pi}{12})$  的值;

(II) 若对于任意的  $x \in [0, \frac{\pi}{2}]$ , 都有  $f(x) \leq c$ , 求实数  $c$  的取值范围.

21 (本小题 14 分)

已知函数  $f(x) = 2 + \log_2 x, x \in [1, 4]$ .

(1) 求函数  $f(x)$  的值域;

(2) 设  $g(x) = |f(x)|^2 - f(x^2)$ , 求  $g(x)$  的最值及相应的  $x$  的值.