

高一数学试卷

(说明:本试卷考试时间为 120 分钟,满分为 150 分)

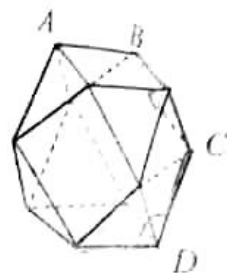
一、选择题(本大题共 12 小题,每题 5 分,共 60 分,每小题的 4 个选项中仅有一个选项是正确的,请将你认为正确的答案的代号涂在答题卡上)

1. 设全集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, 集合 $A = \{2, 3, 5\}$, $B = \{1, 2, 4, 5\}$, 则集合 $C_U(A \cap B)$ 中的元素共有
 A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

2. 若两条直线 $ax - y - 2 = 0$ 和 $(a - 3)x + 2y + 1 = 0$ 互相平行, 则 a 等于
 A. 2 B. 1 C. 0 D. -1

3. 有一种多面体的饰品, 其表面由 6 个正方形和 8 个正三角形组成(如图), 则 AB 与 CD 所成角的大小是

A. 30° B. 45° C. 60° D. 90°



4. 一个圆锥的母线长为 2, 母线与轴的夹角为 30° , 则此圆锥的体积为

A. $\frac{\sqrt{3}}{3}\pi$ B. π C. $\sqrt{3}\pi$ D. 3π

5. 下列函数中, 既是奇函数, 又在 $(0, +\infty)$ 上单调递增的幂函数是

A. $y = \frac{1}{x}$ B. $y = x^{\frac{1}{2}}$ C. $y = x^2$ D. $y = x^3$

6. 已知 a, b, c 是三条不同的直线, α, β, γ 是三个不同的平面, 下列命题中正确的是

A. $a \perp c, b \perp c \Rightarrow a \parallel b$ B. $a \parallel \alpha, b \parallel \alpha \Rightarrow a \parallel b$
 C. $\alpha \perp \gamma, \beta \perp \gamma \Rightarrow \alpha \parallel \beta$ D. $\alpha \parallel \gamma, \beta \parallel \gamma \Rightarrow \alpha \parallel \beta$

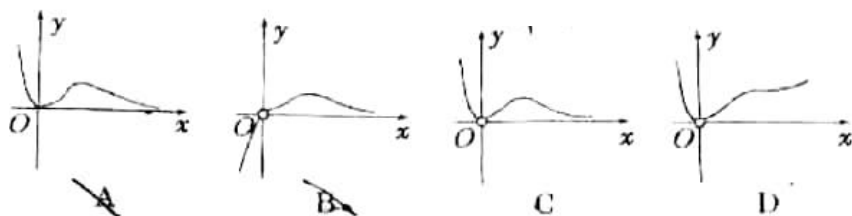
7. 函数 $f(x) = \frac{\sqrt{10+9x-x^2}}{\lg(x-1)}$ 的定义域为

A. $[1, 10]$ B. $[1, 2) \cup (2, 10]$ C. $(1, 10]$ D. $(1, 2) \cup (2, 10]$

8. 已知三点 $A(1, 0)$, $B(0, \sqrt{3})$, $C(2, \sqrt{3})$, 则 $\triangle ABC$ 外接圆的圆心到原点的距离为

A. $\frac{\sqrt{21}}{3}$ B. $\frac{5}{3}$ C. $\frac{2\sqrt{5}}{3}$ D. $\frac{4}{3}$

9. 函数 $y = \frac{x^2}{3^x - 1}$ 的图象大致是



10. 在正三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中 (底面为正三角形, 侧棱与底面垂直), 若 $AB = 2, AA_1 = 1$, 则点 A 到平面 A_1BC 的距离为

- A. $\frac{\sqrt{3}}{4}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{3\sqrt{3}}{4}$ D. $\sqrt{3}$

11. 定义在 \mathbf{R} 上的偶函数 $y = f(x-2)$, 当 $x > -2$ 时, $f(x) = e^{x+1} - 2$ (e 为自然对数的底数), 若存在 $k \in \mathbf{Z}$, 使方程 $f(x) = 0$ 的实数根 $x_0 \in (k, k+1)$, 则 k 的取值集合是

- A. $\{-4, -1\}$ B. $\{-4, 0\}$ C. $\{-3, -1\}$ D. $\{-3, 0\}$

12. 已知点 P 是直线 $y = x - 1$ 上的动点, 点 Q 是圆 $x^2 + y^2 - 10x + 23 = 0$ 上的动点, 则 PQ 的中点 M 到原点 O 的最短距离是

- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. $\sqrt{2}$ C. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ D. $2\sqrt{2}$

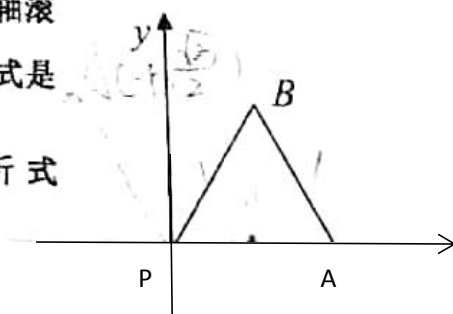
二、填空题 (本大题共 4 小题, 每题 5 分, 共 20 分)

13. 过点 $P(1, 2)$ 引一直线, 使其倾斜角为直线 $l: y = x - 3$ 的倾斜角的两倍, 则该直线的方程是 _____.

14. 计算: $2\log_5 2 + \log_5 6.25 + 8^{\frac{7}{2}} =$ _____.

15. 如图放置的边长为 1 的正三角形 PAB 沿 x 轴滚动, 设顶点 $A(x, y)$ 的纵坐标与横坐标的函数关系式是

$y = f(x)$, 则 $f(x)$ 在区间 $[-2, 1]$ 上的解析式是 _____.



16. 在体积为 $\frac{4}{3}$ 的三棱锥 $S-ABC$ 中, $AB=BC=2, \angle ABC=90^\circ, SA=SC$, 且平面 $SAC \perp$ 平面 ABC , 若该三棱锥的四个顶点都在同一球面上, 则该球的体积是_____。

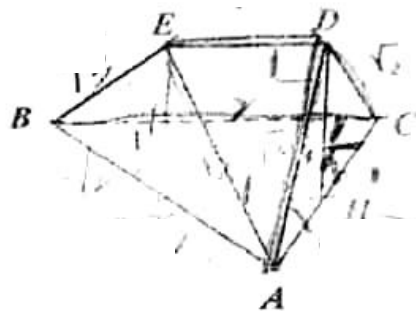
三、解答题(本大题共6小题,共70分,解答须写出文字说明、证明过程和演算步骤。)

17. (本小题10分) 已知圆 C 经过点 $(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$ 及 $(2,0)$, 且圆心 C 在 x 轴上。

- (1) 求圆 C 的方程;
- (2) 求圆 C 截直线 $y=x$ 所得的弦长。

18. (本小题12分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, H 为 AC 的中点, 线段 $ED \perp$ 平面 ABC , 且 $ED \parallel BC$, $DH \perp$ 平面 ABC , 已知 $AC=CB=2ED=2DH=2$ 。

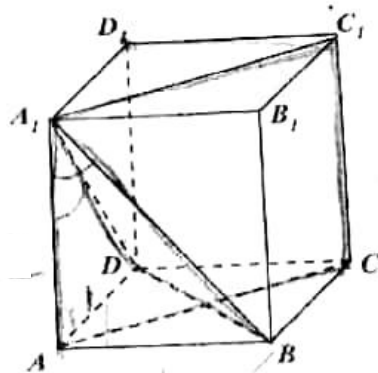
- (1) 求证: $DH \parallel$ 平面 ABE ;
- (2) 求证: $AD \perp$ 平面 CDE 。



19. (本小题12分) 已知函数 $f(x) = -2x^2 - mx + 3m$,

- (1) 若函数 $f(x)$ 在 $(-1,2)$ 上是单调函数, 求实数 m 的取值范围;
- (2) 求函数 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上的最大值。

20. (本小题 12 分) 在长方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中,
 $AB = BC = 1$, $AA_1 = a$.



- (1) 求证: 平面 $A_1BD \perp$ 平面 ACC_1A_1 ;
- (2) 当 $a = 2$ 时, 求直线 AA_1 与平面 A_1BD 所成角的正切值;
- (3) 当 a 为何值时, 二面角 $A_1 - BD - D_1$ 的平面角为 30° .

21. (本小题 12 分) 已知圆 $M: (x-1)^2 + y^2 = 1$ 与圆 P 关于直线 $x - y + 2 = 0$ 对称。

- (1) 求圆 P 的方程;
- (2) 以 $A(0, t)$, $B(0, t+6)$ ($-5 \leq t \leq -1$) 为顶点的 $\triangle ABC$, 其内切圆恰好是圆 M , 且 $S_{\triangle ABC} = 7$, 求 t 的值.

22. (本小题 12 分) 已知函数 $f(x) = \frac{2^x \cdot a - 1}{2^x + a}$ ($a \in R$) 为奇函数.

- (1) 求实数 a 的值;
- (2) 判断并证明函数 $g(x) = 1 + x - \frac{2}{2^x + 1}$ 的单调性;
- (3) 若函数 $f(x)$ 的定义域为 R , 求不等式 $f(2x-1) + f(1-3x) \geq x$ 的解集.