

高 2018 级高一上期 10 月阶段性测试数学试题

一、选择题(本大题共 12 个小题，每小题 5 分，共 60 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的)

1. 设集合 $A=\{1,2,3,4\}$, $B=\{3,4,5\}$, 全集 $U=A\cup B$, 则集合 $\complement_U(A\cap B)$ 的元素个数为()

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

2. 已知集合 $P=\{x|y=\sqrt{x+1}\}$, 集合 $Q=\{y|y=\sqrt{x-1}\}$, 则 P 与 Q 的关系是()

- A. $P=Q$ B. $P\supseteq Q$ C. $P\subseteq Q$ D. $P\cap Q=\emptyset$

3. 下列函数中，在 $(0,2)$ 上为增函数的是()

- A. $y=-3x+2$ B. $y=\frac{3}{x-2}$
C. $y=x+\frac{4}{x}$ D. $y=3x^2+8x-10$

4. 已知 $x+x^{-1}=7$, 求 $x^{\frac{1}{2}}+x^{-\frac{1}{2}}=()$

- A. -3 B. 2 C. 3 D. 4

5. 若函数 $f(x)(x\in\mathbf{R})$ 是奇函数，则()

- A. 函数 $f(x^2)$ 是奇函数 B. 函数 $[f(x)]^2$ 是奇函数
C. 函数 $f(x)\cdot x^2$ 是奇函数 D. 函数 $f(x)+x^2$ 是奇函数

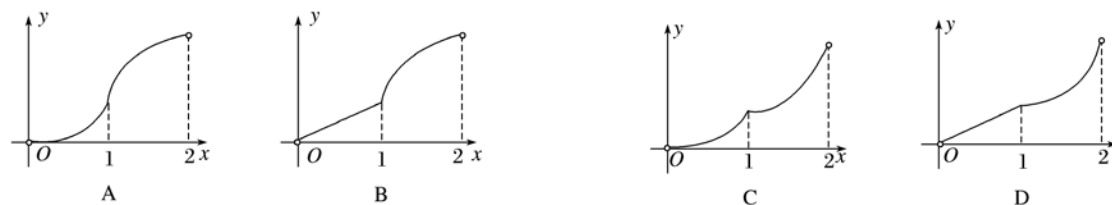
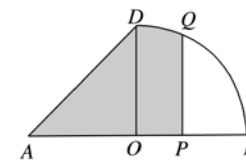
6. 已知函数 $y=f(x+1)$ 的图象过点 $(3,2)$, 则函数 $f(x)$ 的图象关于 x 轴的对称图形一定过点()

- A. $(2,-2)$ B. $(2,2)$ C. $(-4,2)$ D. $(4,-2)$

7. 已知 $f(x)=\begin{cases} 2x-1, & x<\frac{1}{2} \\ f(x-1)+1, & x\geq\frac{1}{2} \end{cases}$, 则 $f\left(\frac{1}{4}\right)+f\left(\frac{7}{6}\right)=()$

- A. $-\frac{1}{6}$ B. $\frac{1}{6}$ C. $\frac{5}{6}$ D. $-\frac{5}{6}$

8. 如图， $\triangle AOD$ 是一直角边长为 1 的等腰直角三角形，平面图形 OBD 是四分之一圆的扇形，点 P 在线段 AB 上， $PQ\perp AB$, 且 PQ 交 AD 或交弧 DB 于点 Q , 设 $AP=x(0<x<2)$, 图中阴影部分表示的平面图形 APQ (或 $APQD$) 的面积为 y , 则函数 $y=f(x)$ 的大致图象是()



9. 设 $f(x)=\begin{cases} \sqrt{x}, & 0<x<1, \\ 2(x-1), & x\geq 1, \end{cases}$ 若 $f(a)=f(a+1)$, 则 $f(a)$ 等于()

- A. 2 B. 1 C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{4}$

10. 当 $x\in[0,2]$ 时，函数 $f(x)=ax^2+4(a-1)x-3$ 在 $x=2$ 时取得最大值，则的

a 取值范围是()

- A. $[-\frac{1}{2}, +\infty)$ B. $[0, +\infty)$ C. $[1, +\infty)$ D. $[\frac{2}{3}, +\infty)$

11. 对一切实数 x , 不等式 $x^2+a|x|+1\geq 0$ 恒成立，则实数 a 的取值范围是()

- A. $(-\infty, -2]$ B. $[-2, 2]$ C. $[-2, +\infty)$ D. $[0, +\infty)$

12. 已知函数 $g(x)$ 是 $\mathbf{R}$ 上的奇函数，且当 $x<0$ 时， $g(x)$ 单调递增，函数 $f(x)=\begin{cases} x^3, & x\leq 0, \\ g(x), & x>0, \end{cases}$ 若 $f(2-x^2)>$

$f(x)$, 则实数 x 的取值范围是()

- A. $(-\infty, 1)\cup(2, +\infty)$ B. $(-\infty, -2)\cup(1, +\infty)$
C. $(1,2)$ D. $(-2,1)$

二、填空题（本大题共 4 个小题，每小题 5 分，共 20 分。）

13. 有 15 人进家电超市，其中有 9 人买了电视，有 7 人买了电脑，两种均买了的有 3 人，则这两种都没买的有_____人.

14. 若函数 $f(x)=\frac{x}{(2x+1)(x-a)}$ 为奇函数，则 $a=$ _____.

15. 规定记号“ Δ ”表示一种运算，即 $a\Delta b=\sqrt{ab}+a+b$ ， $a, b\in\mathbf{R}$ ，若 $1\Delta k=3$ ，则函数 $f(x)=k\Delta x$ 的值域是_____.

16. 已知函数 $f(x)(x\in\mathbf{R})$ ，且 $f(x+1)$ 是偶函数，若函数 $y=|x^2-2x-3|$ 与 $y=f(x)$ 图像的交点为 (x_1, y_1) ， (x_2, y_2) ，...， (x_m, y_m) ，则 $x_1+x_2+\cdots+x_m=$ _____

三、解答题(本大题共 6 个小题，共 70 分，解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤)

17.(10 分)

(1) 计算: $(\frac{3}{2})^{-\frac{1}{3}}\times(-\frac{7}{6})^0+8^{\frac{1}{4}}\times\sqrt[4]{2}-\sqrt{(\frac{2}{3})^{\frac{2}{3}}}$

(2) 化简 $(\frac{1}{4})^{-\frac{1}{2}}\cdot\frac{(\sqrt{4ab^{-1}})^3}{(0.1)^{-1}(a^3b^{-3})^{\frac{1}{2}}}(a>0, b>0)$

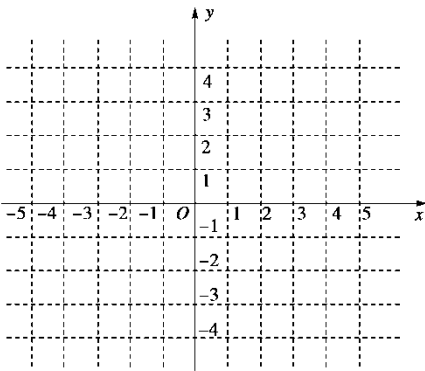
18. (12 分) 已知全集 $U=\mathbf{R}$ ，集合 $A=\{x|\frac{1}{x-2}\geq 1\}$ ， $B=\{x|x(2-x)\leq 0\}$.

- (1) 求 A 和 B
- (2) 定义 $A-B=\{x|x\in A, \text{且} x\notin B\}$ ，求 $B-A$ 。

19. (12 分) 设 $f(x)$ 为定义在 $\mathbf{R}$ 上的偶函数，当 $0\leq x\leq 1$ 时， $y=x$;

当 $x>1$ 时， $f(x)=\frac{2x}{x+1}$

- (1) 在图中的直角坐标系中画出函数 $f(x)$ 的图象;
- (2) 求函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, -1)$ 上的解析式;
- (3) 写出函数 $f(x)$ 的值域和单调区间.



20. (12 分) 已知 $f(x)$ 对任意的实数 m, n 都有: $f(m+n)=f(m)+f(n)-1$ ，且当 $x>0$ 时，有 $f(x)>1$.

- (1) 求 $f(0)$.
- (2) 求证: $f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上为增函数.
- (3) 若 $f(1)=2$ ，且关于 x 的不等式 $f(ax^2-2)+f(x)<3$ 对任意的 $x\in\mathbf{R}$ 恒成立，求实数 a 的取值范围.

21. (本小题满分 12 分) 已知二次函数 $f(x)$ 的图象过点 $(0,4)$ ，对任意 x 满足 $f(3-x)=f(x)$ ，且有最小值是 $\frac{7}{4}$.

- (1) 求 $f(x)$ 的解析式.
- (2) 求函数 $h(x)=f(x)-(2t-3)x$ 在区间 $[0,1]$ 上的最小值，其中 $t\in\mathbf{R}$.
- (3) 在区间 $[-1,3]$ 上， $y=f(x)$ 的图象恒在函数 $y=2x+m$ 的图象上方，试确定实数 m 的范围.

22. (本小题满分 12 分) 函数 $f(x)=2x-\frac{a}{x}$ 的定义域为 $(0, 1]$ (a 为实数).

- (1) 当 $a=-1$ 时，求函数 $y=f(x)$ 的值域;
- (2) 若函数 $y=f(x)$ 在定义域上是减函数，求 a 的取值范围;
- (3) 求函数 $y=f(x)$ 在 $x\in(0, 1]$ 上的最大值及最小值，并求出函数取最值时 x 的值.

高 2018 级高一上期 10 月阶段性测试数学试题参考答案

一、选择题

CBDCC DAACD CD

二、填空题

13. 2 14. $\frac{1}{2}$ 15. $[1, +\infty)$ 16. m

17. (1) 2

(2) 160

18. ① $A = (2, 3]$ $B = (-\infty, 0] \cup [2, +\infty)$

② $B - A = (-\infty, 0) \cup \{2\} \cup \{3, +\infty)$

19. (2) 设 $x < -1$, $-x > 1$

$$f(x) = f(-x) = \frac{-2x}{-x+1}$$

$$\therefore f(x) = \frac{2x}{x-1}$$

(3) 值域 = $[0, 2)$

单增区间: $[0, +\infty)$

单减区间: $(-\infty, 0]$

20.(1)解: 令 $m = n = 0$, 则 $f(0) = 2f(0) - 1$, $\therefore f(0) = 1$.

(2)证明: 任取 $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$ 且 $x_1 < x_2$, $\therefore x_2 - x_1 > 0$, $f(x_2 - x_1) > 1$.

$$\therefore f(m+n) = f(m) + f(n) - 1,$$

$$\therefore f(x_2) = f[(x_2 - x_1) + x_1] = f(x_2 - x_1) + f(x_1) - 1 > 1 + f(x_1) - 1 = f(x_1).$$

$$\therefore f(x_2) > f(x_1). \therefore f(x) \text{ 在 } \mathbb{R} \text{ 上为增函数.}$$

(3)解: $\therefore f(ax^2 - 2) + f(x) < 3$, 即 $f(ax^2 - 2) + f(x) - 1 < 2$,

$$\therefore f(ax^2 - 2 + x) < 2.$$

$$\therefore f(1) = 2, \therefore f(ax^2 - 2 + x) < f(1).$$

又 $\therefore f(x)$ 在 $\mathbb{R}$ 上为增函数, $\therefore ax^2 + x - 3 < 0$ 对任意的 $x \in \mathbb{R}$ 恒成立.

当 $a = 0, -3 < 0$ 恒成立;

当 $\begin{cases} a < 0 \\ \Delta = 1 + 12a < 0 \end{cases}$, 不等式恒成立。综上: $a \in (-\infty, -\frac{1}{12}) \cup \{0\}$

21.解: (1)由题知二次函数图象的对称轴为 $x = \frac{3}{2}$, 又最小值是 $\frac{7}{4}$,

则可设 $f(x) = a(x - \frac{3}{2})^2 + \frac{7}{4} (a \neq 0)$, 又图象过点 $(0, 4)$,

$$\text{则 } a(0 - \frac{3}{2})^2 + \frac{7}{4} = 4, \text{ 解得 } a = 1. \therefore f(x) = (x - \frac{3}{2})^2 + \frac{7}{4} = x^2 - 3x + 4.$$

$$(2) h(x) = f(x) - (2t - 3)x = x^2 - 2tx + 4 = (x - t)^2 + 4 - t^2, \text{ 其对称轴为 } x = t.$$

① $t \leq 0$ 时, 函数 $h(x)$ 在 $[0, 1]$ 上单调递增, 最小值为 $h(0) = 4$.

② 当 $0 < t < 1$ 时, 函数 $h(x)$ 的最小值为 $h(t) = 4 - t^2$.

③ 当 $t \geq 1$ 时, 函数 $h(x)$ 在 $[0, 1]$ 上单调递减, 最小值为 $h(1) = 5 - 2t$.

$$\therefore h(x)_{\min} = \begin{cases} 4, & t \leq 0, \\ 4 - t^2, & 0 < t < 1, \\ 5 - 2t, & t \geq 1. \end{cases}$$

(3)由已知得 $f(x) > 2x + m$ 对 $x \in [-1, 3]$ 恒成立, $\therefore m < x^2 - 5x + 4$ 对 $x \in [-1, 3]$ 恒成立. $\therefore m < (x^2 - 5x + 4)_{\min} (x \in [-1, 3])$.

$$\therefore g(x) = x^2 - 5x + 4 \text{ 在 } x \in [-1, 3] \text{ 上的最小值为 } -\frac{9}{4}, \therefore m < -\frac{9}{4}.$$

22. 解: (1) 显然函数 $y = f(x)$ 的值域为 $[2\sqrt{2}, +\infty)$;3 分

(2) 若函数 $y = f(x)$ 在定义域上是减函数, 则任取 $x_1, x_2 \in (0, 1]$ 且 $x_1 < x_2$ 都有 $f(x_1) > f(x_2)$ 成立, 即 $(x_1 - x_2)(2 + \frac{a}{x_1 x_2}) > 0$

只要 $a < -2x_1 x_2$ 即可,5 分

由 $x_1, x_2 \in (0, 1]$, 故 $-2x_1 x_2 \in (-2, 0)$, 所以 $a \leq -2$,

故 a 的取值范围是 $(-\infty, -2]$;7 分

(3) 当 $a \geq 0$ 时, 函数 $y = f(x)$ 在 $(0, 1]$ 上单调增, 无最小值,

当 $x = 1$ 时取得最大值 $2 - a$;

由 (2) 得当 $a \leq -2$ 时, 函数 $y = f(x)$ 在 $(0, 1]$ 上单调减, 无最大值,

当 $x = 1$ 时取得最小值 $2 - a$;

当 $-2 < a < 0$ 时, 函数 $y = f(x)$ 在 $(0, \frac{\sqrt{-2a}}{2}]$ 上单调减, 在 $[\frac{\sqrt{-2a}}{2}, 1]$ 上单调增, 无最大值, 当 $x = \frac{\sqrt{-2a}}{2}$ 时取得最小值 $2\sqrt{-2a}$12 分