

高二数学(文科)试题

注意事项:

1. 本试题共 4 页, 满分 150 分, 时间 120 分钟;
2. 答卷前, 务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡相应位置处;
3. 第 I 卷选择题必须使用 2B 铅笔填涂, 第 II 卷非选择题必须使用 0.5 毫米黑色墨水签字笔书写, 涂写要工整、清晰;
4. 考试结束, 监考员将试题卷、答题卡一并收回.

第 I 卷(选择题 共 60 分)

一、选择题(本大题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分, 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.)

1. 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, 若 $a_1 + a_5 = 8$, 则 $a_3 =$

- A. -5 B. -2 C. 1 D. 4

2. 命题“ $\forall x \in \mathbf{R}, \tan x > 0$ ”的否定是

- A. $\forall x \in \mathbf{R}, \tan x \leq 0$ B. $\exists x_0 \in \mathbf{R}, \tan x_0 \leq 0$
C. $\exists x_0 \in \mathbf{R}, \tan x_0 > 0$ D. $\forall x \in \mathbf{R}, \tan x < 0$

3. 数列 $-1, \frac{1}{2}, -\frac{1}{3}, \frac{1}{4}, -\frac{1}{5}, \dots$ 的一个通项公式为

- A. $\frac{(-1)^n}{n}$ B. $-\frac{1}{n}$ C. $\frac{(-1)^{n-1}}{n}$ D. $\frac{1}{n}$

4. 若 $f(x) = xe^x + 1$, 则 $f'(1) =$

- A. 0 B. $e + 1$ C. $2e$ D. e^2

5. 设等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 公比为 q , 且 $a_1 = 2, q = 3$, 则 $S_5 =$

- A. 40 B. 70 C. 80 D. 242

6. 设 $a, b \in \mathbf{R}$, 且 $a > b$, 则

- A. $a^2 > b^2$ B. $a^3 > b^3$ C. $\frac{b}{a} < 1$ D. $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$

7. 不等式 $\frac{3x-2}{x-1} \leq 0$ 的解集为

A. $\{x \mid \frac{2}{3} \leq x \leq 1\}$

B. $\{x \mid \frac{2}{3} \leq x < 1\}$

C. $\{x \mid x < \frac{2}{3} \text{ 或 } x \geq 1\}$

D. $\{x \mid x \leq \frac{2}{3} \text{ 或 } x > 1\}$

8. 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $a=3, b=5, c=7$, 则 $\triangle ABC$ 是

A. 锐角三角形

B. 直角三角形

C. 钝角三角形

D. 无法确定

9. 若向量 $a=(m, 0), b=(2, m-2)$, 则“ $m=2$ ”是“ $a \parallel b$ ”的

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

10. 设 $a, b \in \mathbf{R}$, 且 $a+b=2$, 则 2^a+2^b 的最小值是

A. $2\sqrt{2}$

B. 2

C. 4

D. 1

11. 若变量 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x \geq 0 \\ x+y-4 \leq 0 \\ x-y \leq 0 \end{cases}$, 则 $z=2x+y$ 的最大值是

A. 0

B. 2

C. 4

D. 6

12. 已知抛物线 $C: y^2=2px (p>0)$ 的焦点为 F , 抛物线 C 上一点 $(3, m)$ 到焦点 F 的距离为 5, 则 $m =$

A. $\pm 2\sqrt{6}$

B. $\pm 2\sqrt{3}$

C. $\pm 2\sqrt{2}$

D. $\pm 2\sqrt{5}$

第 II 卷 (非选择题 共 90 分)

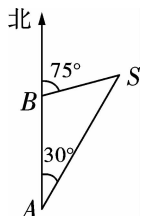
二、填空题 (本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分)

13. 在等比数列 $\{a_n\}$ 中, $a_4=4$, 则 $a_2 \cdot a_6 =$ _____.

14. 渐近线为 $y = \pm\sqrt{3}x$, 焦点在 x 轴上的双曲线的离心率为 _____.

15. 若不等式 $x^2 + x + m^2 < 0$ 的解集不是空集, 则实数 m 的取值范围
为 _____.

16. 如图, 一艘船上午 10:30 在 A 处测得灯塔 S 在它的北偏东 30° 方向上, 之后它继续沿正北方向匀速航行, 上午 11:00 到达 B 处, 此时又测得灯塔 S 在它的北偏东 75° 方向上, 且与它相距 $9\sqrt{2}$ 海里. 则此船的航速是 _____ 海里/小时.



(第 16 题图)

三、解答题(本大题共 6 小题,共 70 分,解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

17. (本小题满分 10 分)

解下列不等式:

(I) $-2x^2 < 1 - 3x$;

(II) $-9x^2 < -6x + 1$.

18. (本小题满分 12 分)

已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , $a_5 = -7$, $S_5 = -40$.

(I) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(II) 求 S_n 取得最小值时 n 的值.

19. (本小题满分 12 分)

在 $\triangle ABC$ 中,内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , $a = 7$, $b = 8$, $\cos B = -\frac{1}{7}$.

(I) 求角 A 的大小;

(II) 求 $\triangle ABC$ 的面积.

20. (本小题满分 12 分)

已知椭圆 C 的中心在原点,焦点在 x 轴上,直线 $l: x - y - 1 = 0$ 经过椭圆 C 的一个焦点和一个顶点.

(I) 求椭圆 C 的标准方程;

(II) 若直线 l 与椭圆 C 相交于 A, B 两点,求弦长 $|AB|$.

21. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = a \ln x + \frac{1}{x} + b$, 曲线 $y = f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程为 $y = 2x + 1$.

(I) 求实数 a, b 的值;

(II) 求 $f(x)$ 的最小值.

22. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = x^3 + 2ax^2 - bx - 5$ 在 $x = -3$ 处取得极值 13.

(I) 求实数 a, b 的值;

(II) 求函数 $f(x)$ 在区间 $(-6, 2)$ 上零点的个数.

蓝田县 2018 ~ 2019 学年度第一学期期末教学检测

高二数学(文科)试题参考答案及评分标准

一、选择题(本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分,在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.)

1. D 2. B 3. A 4. C 5. D 6. B 7. B 8. C 9. A 10. C 11. D 12. A

二、填空题(本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分)

13. 16 14. 2 15. $(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ 16. 36

三、解答题(本大题共 6 小题,共 70 分,解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

17. 解:(I)原不等式整理得, $(2x-1)(x-1) > 0$, 解得 $x > 1$ 或 $x < \frac{1}{2}$,

∴ 不等式 $-2x^2 < 1 - 3x$ 的解集为 $\{x | x > 1 \text{ 或 } x < \frac{1}{2}\}$ (5 分)

(II)原不等式整理得, $(3x-1)^2 > 0$, 解得 $x \neq \frac{1}{3}$,

∴ 不等式 $-9x^2 < -6x + 1$ 的解集为 $\{x | x \neq \frac{1}{3}\}$ (10 分)

18. 解:(I)∵ $\{a_n\}$ 为等差数列,且 $a_5 = -7, S_5 = -40$,

$$\therefore \begin{cases} a_1 + 4d = -7 \\ 5a_1 + 10d = -40 \end{cases}, \text{解得 } d = \frac{1}{2}, a_1 = -9,$$

∴ $a_n = \frac{1}{2}n - \frac{19}{2}$ (6 分)

(II)令 $a_n = \frac{1}{2}n - \frac{19}{2} = 0$, 可得 $n = 19$,

∵ $a_1 < 0, d > 0$,

∴ $a_{18} < 0, a_{19} = 0$,

∴ 当 $n = 18$ 或 $n = 19$ 时, S_n 取得最小值,

即 S_n 取得最小值时 n 的值为 18 或 19. (12 分)

19. 解:(I)∵ $\cos B = -\frac{1}{7}, \therefore \sin B = \frac{4\sqrt{3}}{7}$,

利用正弦定理 $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B}$, 得 $\sin A = \frac{a \sin B}{b} = \frac{7 \times \frac{4\sqrt{3}}{7}}{8} = \frac{\sqrt{3}}{2}$,

∵ $\frac{\pi}{2} < B < \pi, \therefore A = \frac{\pi}{3}$ (6 分)

(II)∵ $a = 7, b = 8, \cos B = -\frac{1}{7}$,

∴ 利用余弦定理 $b^2 = a^2 + c^2 - 2accosB$ 得, $8^2 = 7^2 + c^2 - 2 \times 7c \times (-\frac{1}{7})$, 解得 $c = 3$.

∴ $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}ac \sin B = \frac{1}{2} \times 7 \times 3 \times \frac{4\sqrt{3}}{7} = 6\sqrt{3}$ (12 分)

20. 解:(I)设椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$,

直线 $l: x - y - 1 = 0$ 与坐标轴的交点为 $(0, -1), (1, 0)$,

由题意知,椭圆 C 的一个焦点坐标为 $(1, 0)$, 一个顶点坐标为 $(0, -1)$,

即 $c = 1, b = 1, a^2 = b^2 + c^2 = 2$,

∴ 椭圆 C 的标准方程为 $\frac{x^2}{2} + y^2 = 1$ (6 分)

(II)由 $\begin{cases} x - y - 1 = 0 \\ \frac{x^2}{2} + y^2 = 1 \end{cases}$, 整理得 $3x^2 - 4x = 0$,

解得: $x_1 = 0, x_2 = \frac{4}{3}$,

则直线 l 与椭圆 C 的交点为 $A(0, -1), B(\frac{4}{3}, \frac{1}{3})$,

$\therefore |AB| = \sqrt{(\frac{4}{3} - 0)^2 + (\frac{1}{3} + 1)^2} = \frac{4\sqrt{2}}{3}$ (12分)

21. 解:(I) $\therefore f(x) = a \ln x + \frac{1}{x} + b$,

$\therefore f'(x) = \frac{a}{x} - \frac{1}{x^2}$,

依题意得, $\begin{cases} f'(1) = 2 \\ f(1) = 3 \end{cases}$, 即 $\begin{cases} a - 1 = 2 \\ 1 + b = 3 \end{cases}$,

解得: $a = 3, b = 2$ (6分)

(II) 由 (I) 可得, $f(x) = 3 \ln x + \frac{1}{x} + 2, \therefore f'(x) = \frac{3}{x} - \frac{1}{x^2} = \frac{3x - 1}{x^2}$,

令 $f'(x) > 0$, 得 $x > \frac{1}{3}$; 令 $f'(x) < 0$, 得 $0 < x < \frac{1}{3}$,

\therefore 函数 $f(x)$ 在 $(0, \frac{1}{3})$ 上是减函数, 在 $(\frac{1}{3}, +\infty)$ 上是增函数,

\therefore 当 $x = \frac{1}{3}$ 时, $f(x)$ 取得最小值,

$\therefore f(x)_{\min} = f(\frac{1}{3}) = 5 - 3 \ln 3$,

故 $f(x)$ 的最小值为 $5 - 3 \ln 3$ (12分)

22. 解:(I) $f'(x) = 3x^2 + 4ax - b$,

由题意, 得 $\begin{cases} f(-3) = 13 \\ f'(-3) = 0 \end{cases}$, 即 $\begin{cases} -27 + 18a + 3b - 5 = 13 \\ 27 - 12a - b = 0 \end{cases}$, 解得 $\begin{cases} a = 2 \\ b = 3 \end{cases}$,

$\therefore a$ 的值为 2, b 的值为 3. (6分)

(II) 由 (I) 知, $f(x) = x^3 + 4x^2 - 3x - 5$,

则 $f'(x) = 3x^2 + 8x - 3$,

令 $f'(x) = 0$, 得 $x_1 = -3, x_2 = \frac{1}{3}$,

易知当 $x \in (-6, -3)$ 或 $x \in (\frac{1}{3}, 2)$ 时, $f(x)$ 单调递增;

当 $x \in (-3, \frac{1}{3})$ 时, $f(x)$ 单调递减. (9分)

$\therefore x_1 = -3, x_2 = \frac{1}{3}$ 分别是函数 $f(x)$ 的极大值点和极小值点,

$f(-3) = 13 > 0, f(\frac{1}{3}) = -\frac{149}{27} < 0$,

又 $f(-6) = -59 < 0, f(2) = 13 > 0$,

由函数的零点存在定理, 知 $f(x)$ 在区间 $(-6, -3)$ 、 $(-3, \frac{1}{3})$ 、 $(\frac{1}{3}, 2)$ 上各存在一个零点,

$\therefore f(x)$ 在区间 $(-6, 2)$ 上有三个不同的零点. (12分)