秘密★启用前

2018-2019 学年度第一学期高二期末测评考试

文科数学(Ⅱ)参考答案及评分参考

一、选择题

1. A 【解析】∵ 命题 p 为真,命题 q 也为真,∴$p\wedge q$ 为真.

2. B 【解析】∵ 直线 l_1:$x-\sqrt{3}y-1=0$ 的斜率为$\frac{\sqrt{3}}{3}$,∴ 与其垂直的直线 l_2 的斜率为$-\sqrt{3}$,根据点斜式可得直线 l_2 的方程为 $y-\sqrt{3}=-\sqrt{3}(x+1)$,即$\sqrt{3}x+y=0$.

3. D 【解析】因为全称命题的否定是特称命题.第一步是将全称量词改写为存在量词,第二步是将结论加以否定.

4. D 【解析】∵ 根据函数的求导公式可得,∵$\left(\frac{1}{x}\right)'=-\frac{1}{x^2}$,∴A 错;∵$(\sin x)'=\cos x$,∴B 错;∵$(3^x)'=3^x\ln3$,∴C 错;D 正确.

5. B 【解析】平行于同一平面的两条直线的位置关系可能是平行、相交或异面.

6. C 【解析】曲线$\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$表示椭圆,焦距为 $2c=2\sqrt{a^2-b^2}=2\sqrt{7}$,当 $9<k<16$ 时,曲线$\frac{x^2}{16-k}+\frac{y^2}{9-k}=1$表示双曲线,焦距为 $2c=2\sqrt{a^2+b^2}=2\sqrt{16-k+k-9}=2\sqrt{7}$,故两条曲线的焦距相等.

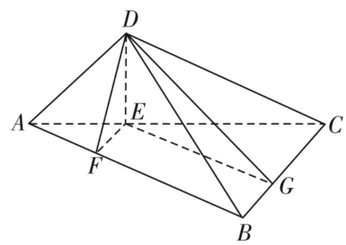
7. D 【解析】由圆$O:x^2+y^2=1$可得圆心 $O(0,0)$,半径 $r=1$,∵$\triangle OAB$ 为正三角形,∴ 圆心 O 到直线 $x-y+m=0$ 的距离为$\frac{\sqrt{3}}{2}r=\frac{\sqrt{3}}{2}$,即 $d=\frac{|m|}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$,解得 $m=\frac{\sqrt{6}}{2}$或$-\frac{\sqrt{6}}{2}$.

8. B 【解析】∵ 抛物线 $y=\frac{1}{2}x^2$的准线方程为 $y=-\frac{1}{2}$,∴$m=\frac{1}{4}$,则离心率 $e=\frac{\sqrt{1+\frac{1}{4}}}{\frac{1}{2}}=\sqrt{5}$.

9. C 【解析】∵ 当 $m=2$ 时可得$l_1:2x-2y-1=0$,$l_2:x-y+1=0$,∴$l_1/\!/l_2$;当$l_1/\!/l_2$时有 $m(m-1)-2=0$ 成立,解得 $m=2$ 或 $m=-1$,但当 $m=-1$ 时,两条直线重合,所以应舍去,故只得 $m=2$. 所以 $m=2$ 是 $l_1/\!/l_2$的充要条件.

10. C 【解析】∵ 函数 $f(x)$为奇函数,∴$a=2$,即 $f(x)=\frac{1}{3}x^3+2x$. 又 ∵$f'(0)=2$,∴ 切线的方程为 $y=2x$.

11. D 【解析】在矩形 $ABCD$ 中,沿 AC 将三角形 ADC 折起,当平面 $ADC\perp$平面 ABC 时,得到的四面体 $A-BCD$ 的体积取到最大值,作 $DE\perp AC$,此时点 D 到平面 ABC 的距离为 $DE=\frac{AD\times DC}{AC}=\frac{2\sqrt{3}\times2}{\sqrt{(2\sqrt{3})^2+2^2}}=\sqrt{3}$,∵,$AC=4$,∴$AE=\frac{AD^2}{AC}=1$,



∴$CE=3$,作 $EF\perp AB$,$EG\perp BC$,由$\triangle AEF\backsim\triangle ACB$,可得 $EF=\frac{1}{2}$,∴$DF=\frac{\sqrt{13}}{2}$,

∴$S_{\triangle ADB}=\frac{1}{2}\times2\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{13}}{2}=\frac{\sqrt{39}}{2}$, 同理可得,$S_{\triangle DBC}=\frac{1}{2}\times2\times\sqrt{(\sqrt{3})^2+\left(\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)^2}=\frac{\sqrt{39}}{2}$,∴ 四面体 $A-BCD$ 的表面积为 $S=S_{\triangle ACD}+S_{\triangle ABC}+S_{\triangle ABD}+S_{\triangle BDC}=4\sqrt{3}+\sqrt{39}$.

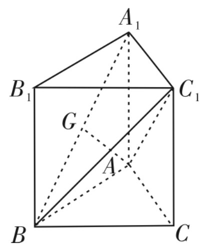
12. A 【解析】$\because \frac{f(x_1)}{x_2}-\frac{f(x_2)}{x_1}<0$且$x\in(0,+\infty)$，$\therefore$ 当$x_2>x_1$时，$x_1f(x_1)<x_2f(x_2)$，即函数$xf(x)$在$(0,+\infty)$上是一个增函数. 设$g(x)=xf(x)=e^x-ax^2$，则有$g'(x)=e^x-2ax\geqslant 0$，即$a\leqslant\frac{e^x}{2x}$，设$h(x)=\frac{e^x}{2x}$，则有$h'(x)=\frac{(x-1)e^x}{2x^2}$，当$x\in(0,1)$时，$h'(x)<0$，$h(x)$在$(0,1)$上单调递减，当$x\in(1,+\infty)$时，$h'(x)>0$，$h(x)$在$(1,+\infty)$上单调递增，$h(x)$在 $x=1$ 处取得最小值，$h(1)=\frac{e}{2}$，$\therefore a\leqslant\frac{e}{2}$.

二、填空题

13. “若$x\neq 1$且$x\neq 2$，则$x^2-3x+2\neq 0$”. 【解析】若原命题为“若p，则q”，那么它的逆否命题为“若$\neg q$，则$\neg p$”.

14. 2 【解析】$\because y'\Big|_{x=1}=\frac{2}{x}\Big|_{x=1}=2$，$\therefore k_{切}=2$.

15. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ 【解析】法一：$\because C_1A_1\perp A_1B_1$，$C_1A_1\perp AA_1$，$\therefore C_1A_1\perp$平面$AA_1B_1B$，



又$\because C_1A_1\subset$平面C_1A_1B，$\therefore$平面$C_1A_1B\perp$平面AA_1B_1B.

又$\because A_1B=$平面$C_1A_1B\cap$平面AA_1B_1B，

$\therefore$过A作$AG\perp A_1B$，则AG的长为A到平面A_1BC_1的距离，

在$\mathrm{Rt}\triangle AA_1B$中，$AG=\frac{AB\times AA_1}{A_1B}=\frac{2\times\sqrt{2}}{\sqrt{6}}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

法二：由等体积法可知$V_{A-A_1BC_1}=V_{B-AA_1C_1}$，解得点$A$到平面$A_1BC_1$的距离为$\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

16. $\sqrt{2}-1$ 【解析】$\because AF_2$垂直于x轴，$\therefore$可得$|AF_2|=\frac{b^2}{a}$，又$\because\triangle AF_1F_2$为等腰三角形，

$\therefore |AF_2|=|F_1F_2|$，即$\frac{b^2}{a}=2c$，整理得$e^2+2e-1=0$，解得$e=\sqrt{2}-1$.

三、解答题

17. 解：由 p 可得 $k>a$， ········· 2 分

由 q 知$\frac{x^2}{k+1}+\frac{y^2}{3-k}=1$ 表示双曲线，则$(k+1)(3-k)<0$，即 $k<-1$ 或 $k>3$， ········· 5 分

$\therefore \neg q: k\in[-1,3]$.

又 $\because \neg q$ 是 p 的充分不必要条件，

$\therefore a<-1$. ········· 10 分

18. 解：(1)由圆C的方程为$x^2+y^2-2x+4y=0$，即$(x-1)^2+(y+2)^2=5$，$\therefore$圆心$C(1,-2)$，半径为$\sqrt{5}$.

又$\because$直线l：$x-2y+t=0$ 与圆C相切，$\therefore$圆心C到直线l的距离$d=\frac{|1+4+t|}{\sqrt{5}}=\sqrt{5}$，即$|t+5|=5$，

解得$t=0$或$t=-10$. ········· 6分

(2)由题得，圆心$M(-2,4)$，$\because$圆M：$(x+2)^2+(y-4)^2=r^2$ 与圆C有3条公切线，

$\therefore$圆M与圆C相外切，即$|CM|=\sqrt{5}+r$，又$\because|CM|=3\sqrt{5}$，$\therefore$解得$r=2\sqrt{5}$. ········· 12分

19. 解：(1)$\because$ 直线 $x-y-2=0$ 经过抛物线 C 的焦点，

$\therefore$ 抛物线 C 的焦点坐标为$(2,0)$，

$\therefore$ 抛物线 C 的准线方程为 $x=-2$. ········· 4 分

(2)设过抛物线 C 的焦点且斜率为-1 的直线方程为 $y=-x+\frac{p}{2}$,且直线与 C 交于 $A(x_1,y_1)$,$B(x_2,y_2)$,

由$\begin{cases} y=-x+\frac{p}{2}, \\ y^2=2px \end{cases}$化简得 $x^2-3px+\frac{p^2}{4}=0$,

$\therefore x_1+x_2=3p$.

$\because |AB|=x_1+x_2+p=4p=2$,解得 $p=\frac{1}{2}$,

$\therefore$ 抛物线 C 的方程为 $y^2=x$. ······························ 12 分

20. **解:**(1)当$a=1$ 时,$f(x)=2\ln x-x^2$,$x\in(0,+\infty)$.

$f'(x)=\frac{2}{x}-2x=\frac{2(1-x^2)}{x}=\frac{2(1-x)(1+x)}{x}$.

	$(0,1)$	1	$(1,+\infty)$
$f'(x)$	+	0	−
$f(x)$	单调递增	极大值	单调递减

$\therefore$函数$f(x)$的最大值为$f(1)=-1$,即当$x\in(0,+\infty)$,$f(x)\leqslant-1$,

$\therefore x\in(0,+\infty)$时,$f(x)+1\leqslant0$. ······························ 6分

(2)当$a=\frac{1}{\mathrm{e}}$时,$f(x)=2\ln x-\frac{1}{\mathrm{e}}x^2$,$x\in(0,+\infty)$.

$\therefore f'(x)=\frac{2}{x}-\frac{2}{\mathrm{e}}x=\frac{2(\mathrm{e}-x^2)}{\mathrm{e}x}=\frac{2(\sqrt{\mathrm{e}}-x)(\sqrt{\mathrm{e}}+x)}{\mathrm{e}x}$.

	$(0,\sqrt{\mathrm{e}})$	$\sqrt{\mathrm{e}}$	$(\sqrt{\mathrm{e}},+\infty)$
$f'(x)$	+	0	−
$f(x)$	单调递增	极大值	单调递减

$\because f(\sqrt{\mathrm{e}})=2\ln\sqrt{\mathrm{e}}-\frac{1}{\mathrm{e}}(\sqrt{\mathrm{e}})^2=0$,$\therefore$函数$f(x)$在$(0,+\infty)$上只有一个零点.

$\therefore$当$a=\frac{1}{\mathrm{e}}$时,函数$f(x)$在$(0,+\infty)$上只有一个零点. ······························ 12分

21. **解:**(1)由题意得$\begin{cases} \frac{c}{a}=\frac{\sqrt{2}}{2}, \\ a^2=b^2+c^2, \\ b=2, \end{cases}$ 解得$a^2=8$,$b^2=4$.

$\therefore$椭圆C的标准方程为$\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{4}=1$. ······························ 4分

(2)设$M(x_0,y_0)$,且$x_0^2+y_0^2=12$.

由题意知,过点M引椭圆C的切线方程可设为$y-y_0=k(x-x_0)$,

联立$\begin{cases} y-y_0=k(x-x_0), \\ \frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{4}=1 \end{cases}$ 化简得$(1+2k^2)x^2+4k(y_0-kx_0)x+2(y_0-kx_0)^2-8=0$.

$\because$直线与椭圆相切,

$\therefore \Delta=[4k(y_0-kx_0)]^2-4(1+2k^2)[2(y_0-kx_0)^2-8]=0$,

化简得$(x_0^2-8)k^2-2x_0y_0k+y_0^2-4=0$. ······························ 10分

$\therefore k_1\cdot k_2=\frac{y_0^2-4}{x_0^2-8}=\frac{y_0^2-4}{12-y_0^2-8}=\frac{y_0^2-4}{4-y_0^2}=-1.$

∴两条切线斜率的积为定值. ………………………………………………………………………… 12分

22. **解:**(1)当$a=1$时,$f(x)=(x^2-x-1)e^x$.

$f'(x)=(x^2+x-2)e^x=(x+2)(x-1)e^x$.

	$(-\infty,-2)$	-2	$(-2,1)$	1	$(1,+\infty)$
$f'(x)$	+	0	−	0	+
$f(x)$	单调递增	极大值	单调递减	极小值	单调递增

∴函数$f(x)$的单调递增区间为$(-\infty,-2)$和$(1,+\infty)$,单调递减区间为$(-2,1)$. ………………………… 6分

(2)由题意得$g(x)=(x^2-ax+1)e^x$,

则$g'(x)=[x^2-(a-2)x-(a-1)]e^x=(x+1)[x-(a-1)]e^x$.

$\because a\geqslant 0$,

∴当$a=0$时,$a-1=-1$,即$g(x)$在$\mathbf{R}$上单调递增,无极值,∴不符合题意,舍去;

当$a>0$时,$a-1>-1$,则有

	$(-\infty,-1)$	-1	$(-1,a-1)$	$a-1$	$(a-1,+\infty)$
$f'(x)$	+	0	−	0	+
$f(x)$	单调递增	极大值	单调递减	极小值	单调递增

∴令$a-1=1$,解得$a=2$,

∴函数$g(x)$在$x=-1$处取得极大值,且极大值为$g(-1)=f(-1)+2e^{-1}=\frac{4}{e}$. ………………………… 12分