

注意事项:

1. 答题前, 考生务必将自己的姓名、准考证号写在答题卡和该试题卷的封面上, 并认真核对条形码上的姓名、准考证号和科目。
2. 考生作答时, 选择题和非选择题均须做在答题卡上, 在本试题卷上答题无效。考生在答题卡上按答题卡中注意事项的要求答题。
3. 考试结束后, 将本试题卷和答题卡一并交回。
4. 本试题卷共 4 页, 如缺页, 考生须声明, 否则后果自负。

怀化市中小学课程改革教育质量监测试卷

2019 年上期期末考试 高二理科数学

本试卷分第 I 卷 (选择题) 和第 II 卷 (非选择题) 两部分, 共 150 分. 时量: 120 分钟.

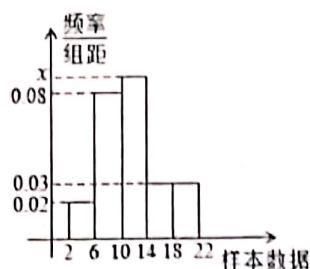
第 I 卷 (选择题 共 60 分)

一、选择题: 本大题共 12 小题, 每小题 5 分, 共计 60 分, 在每小题给出的四个选项中, 只有一项符合题目要求, 请把正确答案的代号填涂在答题卡上.

1. 与复数 $\frac{5}{i-2}$ 相等的复数是
A. $2+i$ B. $-2+i$ C. $-2-i$ D. $2-i$
2. 设集合 $A = \{x | x > 0\}$, $B = \{x | x^2 - 5x - 14 < 0\}$, 则 $A \cap B$ 等于
A. $\{x | 0 < x < 5\}$ B. $\{x | 2 < x < 7\}$ C. $\{x | 2 < x < 5\}$ D. $\{x | 0 < x < 7\}$
3. 设 $\theta \in \mathbb{R}$, 则 “ $\theta = \frac{\pi}{6}$ ” 是 “ $\sin \theta = \frac{1}{2}$ ” 的
A. 必要不充分条件 B. 充分不必要条件 C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
4. 已知向量 $\vec{a} = (1, 2)$, $\vec{b} = (x, -2)$, 且 $\vec{a} \perp \vec{b}$, 则 $|\vec{a} + \vec{b}|$ 等于
A. 5 B. $\sqrt{5}$ C. $4\sqrt{2}$ D. $\sqrt{31}$
5. 已知等比数列 $\{a_n\}$ 中 $a_3 = 3$, 则 $a_1 a_5$ 等于
A. 9 B. 5 C. 6 D. 无法确定
6. 已知点 $A(-2, 3)$ 在抛物线 $C: y^2 = 2px$ 的准线上, 记 C 的焦点为 F , 则直线 AF 的斜率为
A. $-\frac{4}{3}$ B. $-\frac{3}{4}$ C. -1 D. $-\frac{1}{2}$
7. 将函数 $y = \sin(x - \frac{\pi}{6})$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位, 所得函数图象的一条对称轴的方程为
A. $x = \frac{\pi}{12}$ B. $x = -\frac{5\pi}{12}$ C. $x = \frac{5\pi}{12}$ D. $x = -\frac{\pi}{12}$

8. 为了调查学生每天零花钱的数量（钱数取整数元），以便引导学生树立正确的消费观，在某校抽取样本容量为 1000 的频率分布直方图(如图所示)，则样本数据落在 $[6, 14)$ 内的频数为

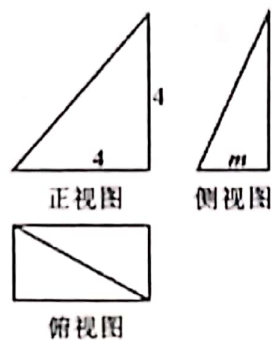
- A. 780 B. 680
C. 648 D. 460



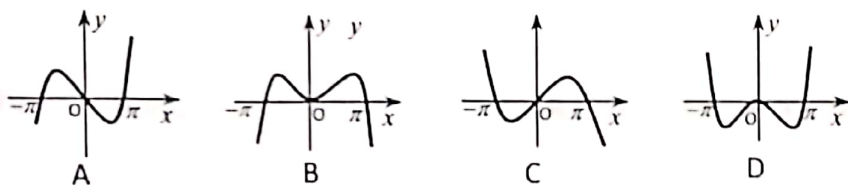
9. 如图所示的三视图表示的四棱锥的体积为 $\frac{32}{3}$ ，则该四棱锥的

最长的棱的长度为

- A. $4\sqrt{2}$ B. $2\sqrt{17}$ C. 6 D. $4\sqrt{3}$



10. 函数 $y = (e^x + e^{-x})\sin x$ 的部分图像大致为



11. 在亚洲文明对话大会中，为了提高安保的级别同时又为了方便接待，现将其中的五个参会国的人员安排酒店住宿，这五个参会国要在 a, b, c 三家酒店选择一家，且每家酒店至少有一个参会国入住，则这样的安排方法共有

- A. 96 种 B. 124 种 C. 150 种 D. 130 种

12. 已知 O 为坐标原点，双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 上有 A, B 两点满足 $OA \perp OB$ ，且点 O 到直线 AB 的距离为 c ，则双曲线的离心率为

- A. $\sqrt{3}$ B. $\sqrt{5}$ C. $\frac{1+\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$

第 II 卷（非选择题 共 90 分）

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。把答案填在答题卡上的相应横线上。

13. $(x + \frac{1}{x})^8$ 的展开式中 $\frac{1}{x^2}$ 的系数为_____。

14. 设 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x - y \geq 0 \\ x + 2y \leq 3 \\ x - 2y \leq 1 \end{cases}$ ，则 $z = x + 2y$ 的最大值为_____。

15. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 + 3ax, & x > 1 \\ 3^x + 1, & x \leq 1 \end{cases}$ ，若 $f(f(1)) > 4a^2$ ，则实数 a 的取值范围是_____。

16. 设函数 $f(x) = \ln x - \frac{1}{2}ax^2 - bx$, 若 $x=1$ 是 $f(x)$ 的极大值点, 则 a 的取值范围为_____.

三、解答题: 本大题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (本小题满分 10 分)

设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 $S_4 = 4S_2$, $2a_1 + 1 = a_2$.

(I) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(II) 设数列 $b_n = \frac{1}{a_n a_{n+1}}$, 求 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

18. (本小题满分 12 分)

已知 $\triangle ABC$ 的三个内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 且 $\sqrt{3}b \sin A - a \cos B - 2a = 0$.

(I) 求角 B 的大小;

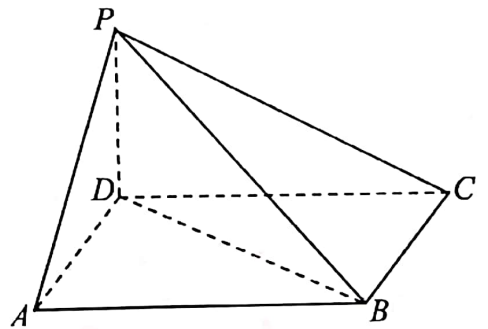
(II) 若 $b = \sqrt{7}$, $\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$, 求 a, c 的值.

19. (本小题满分 12 分)

如图, 四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 为平行四边形, $\angle DAB = 60^\circ$, $AB = 2AD$, $PD \perp$ 底面 $ABCD$.

(I) 证明: $PA \perp BD$;

(II) 若 $PD = AD$, 求二面角 $A-PB-C$ 的余弦值.



20. (本小题满分 12 分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右焦点分别为 $F_1(-1, 0)$ 、 $F_2(1, 0)$, 椭圆的离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

(I) 求椭圆 C 的标准方程;

(II) 过点 F_2 的直线 l 与椭圆 C 相交于 A, B 两点, 求 $\triangle F_1AB$ 的面积的最大值.

21. (本小题满分 12 分)

某生产企业研发了一种新产品, 该新产品在某网店试销一个阶段后得到销售单价 x 和月销售量 y 之间的一组数据, 如下表所示:

销售单价 x (元)	9	9.5	10	10.5	11
月销售量 y (万件)	11	10	8	6	5

(I) 根据统计数据, 求出 y 关于 x 的回归直线方程, 并预测月销售量不低于 12 万件时销售单价的最大值;

(II) 生产企业与网店约定: 若该新产品的月销售量不低于 10 万件, 则生产企业奖励网店 1 万元; 若月销售量不低于 8 万件且不足 10 万件, 则生产企业奖励网店 5000 元; 若月销售量低于 8 万件, 则没有奖励. 现用样本估计总体, 从上述 5 个销售单价中任选 2 个销售单价, 下个月分别在两个不同的网店进行销售, 求这两个网店下个月获得奖励的总额 X 的分布列及其数学期望.

参考公式: 对于一组数据 $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$, 其回归直线 $\hat{y} = \hat{b}x + \hat{a}$ 的斜率和截距的

$$\text{最小二乘估计分别为 } \hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{x}^2}, \hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x}.$$

$$\text{参考数据: } \sum_{i=1}^5 x_i y_i = 392, \sum_{i=1}^5 x_i^2 = 502.5.$$

22. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = ae^x - x + b$, $g(x) = x - \ln(x+1)$, ($a, b \in \mathbb{R}$, e 为自然对数的底数), 且曲线 $y = f(x)$ 与 $y = g(x)$ 在坐标原点处的切线相同.

(I) 求 $f(x)$ 的最小值;

(II) 若 $x \geq 0$ 时, $f(x) \geq kg(x)$ 恒成立, 试求实数 k 的取值范围.