

哈尔滨市第九中学 2018—2019 学年度上学期 期末学业阶段性评价考试高二学年数学(理)学科试卷

(考试时间: 120 分钟 满分: 150 分 共 2 页)

第 I 卷(选择题 共 60 分)

一. 选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分, 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的, 请将答案填涂在客观题答题卡上。

1. 某单位有若干名员工, 现采用分层抽样的方式抽取 n 人去体检, 若老、中、青人数之比为 4: 1: 5, 已知抽到 10 位中年人, 则样本的容量为()

- A. 40 B. 100 C. 80 D. 50

2. 命题“若 $|x| + |y| = 0$, 则 $x = 0$ 或 $y = 0$ ”的逆否命题是()

- A. 若 $|x| + |y| = 0$, 则 $x = 0$ 且 $y = 0$ B. 若 $|x| + |y| \neq 0$, 则 $x \neq 0$ 或 $y \neq 0$
C. 若 $x = 0$ 或 $y = 0$, 则 $|x| + |y| \neq 0$ D. 若 $x \neq 0$ 且 $y \neq 0$, 则 $|x| + |y| \neq 0$

3. 设命题 $p: \exists n > 1, n^2 > 2^n$, 则 $\neg p$ 为()

- A. $\forall n > 1, n^2 > 2^n$ B. $\exists n \leq 1, n^2 \leq 2^n$
C. $\forall n > 1, n^2 \leq 2^n$ D. $\exists n > 1, n^2 \leq 2^n$

4. 在 8 件同类产品中, 有 5 件正品, 3 件次品, 从中任意抽取 4 件, 下列事件中的必然事件是()

- A. 4 件都是正品 B. 至少有一件次品
C. 4 件都是次品 D. 至少有一件正品

5. 已知 $\triangle ABC$ 中, A, B 的坐标分别为 $(0, 2)$ 和 $(0, -2)$, 若三角形的周长为 10, 则顶点 C 的轨迹方程是()

- A. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1 (y \neq 0)$ B. $\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{9} = 1 (x \neq 0)$
C. $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{20} = 1 (y \neq 0)$ D. $\frac{x^2}{32} + \frac{y^2}{36} = 1 (x \neq 0)$

6. 已知双曲线 $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{m} = 1$ 的一个焦点在直线 $x + y = 5$ 上, 则双曲线的渐近线方程为()

- A. $y = \pm \frac{3}{4}x$ B. $y = \pm \frac{4}{3}x$ C. $y = \pm \frac{2\sqrt{2}}{3}x$ D. $y = \pm \frac{3\sqrt{2}}{4}x$

7. 甲、乙两位同学连续五次数学检测成绩用茎叶图表示如图所示, 甲、乙两人这五次考试的平均分分别为 $\bar{x}_甲, \bar{x}_乙$; 方差分别是 $S^2_甲, S^2_乙$, 则有()

- A. $\bar{x}_甲 > \bar{x}_乙, S^2_甲 > S^2_乙$ B. $\bar{x}_甲 > \bar{x}_乙, S^2_甲 < S^2_乙$
C. $\bar{x}_甲 < \bar{x}_乙, S^2_甲 > S^2_乙$ D. $\bar{x}_甲 < \bar{x}_乙, S^2_甲 < S^2_乙$

甲		乙	
9	8	6	3
2	1	0	7

8. 二项式 $(x+1)^n (n \in N^+)$ 的展开式中 x^2 的系数为 15, 则 $n =$ ()

- A. 4 B. 5 C. 6 D. 7


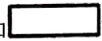
9. 过点 $P(2, 1)$ 作斜率为 4 的直线 l 与双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 相交于 A, B 两点, 若 P 是线段 AB 的中点, 则双曲线 C 的离心率为()

- A. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ B. $\sqrt{2}$ C. $\sqrt{3}$ D. 2

10. 由 0, 1, 2, 3, 4, 5 这四个数字可以组成没有重复数字且能被 5 整除的 5 位数的个数是()

- A. 144 B. 192 C. 216 D. 240

11. 如图所示的程序框图是为了求出满足 $3^n - 2^n > 1000$ 的最小偶数 n ,

那么在  和  两个空白框中, 可以分别填入()

- A. $A > 1000$ 和 $n = n + 1$ B. $A > 1000$ 和 $n = n + 2$
C. $A \leq 1000$ 和 $n = n + 1$ D. $A \leq 1000$ 和 $n = n + 2$

12. 已知椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 过 F_1 且与 x 轴垂直的直线交椭圆于 A, B 两点, 直线 AF_2 与椭圆的另一个交点为 C , 若 $S_{\triangle ABC} = 3S_{\triangle BCF_2}$, 则椭圆的离心率为()

- A. $\frac{\sqrt{5}}{5}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{\sqrt{10}}{5}$ D. $\frac{3\sqrt{3}}{10}$

第 II 卷(非选择题 共 90 分)

二. 填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分, 请将答案写在答题纸指定的位置上。

13. 把二进制数 $101001_{(2)}$ 化为十进制数是_____

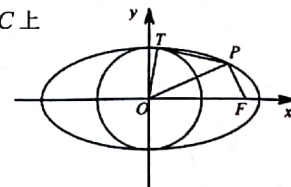
14. $(2x+1)^n$ 的展开式中各项的二项式系数之和为 16, 则展开式中所有项的系数之和为_____

15. 甲、乙两人从 6 门课程中各选修 3 门, 则甲、乙所选的课程中至多有 1 门相同的选法共有_____

16. 已知椭圆 $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$, F 为右焦点, 圆 $O: x^2 + y^2 = 1$, P 为椭圆 C 上

位于第一象限的一点, 过点 P 作 PT 与圆 O 相切于点 T , 使得点 F, T 在

OP 两侧, 则四边形 $OFPT$ 面积的最大值为_____





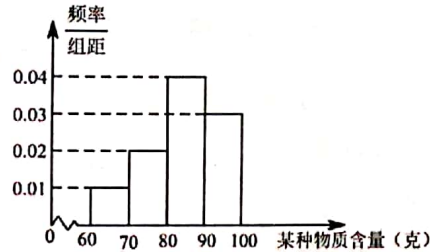
三. 解答题: 本题共 6 小题, 满分 70 分。(17 题 10 分, 18-22 题每题 12 分)

解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. 已知 $m > 0$, 命题 $p: (x+2)(x-6) \leq 0$ 和命题 $q: 2-m \leq x \leq 2+m$.

- 若 p 是 q 的充分条件, 求实数 m 的取值范围;
- 若 $m=5$, " $p \vee q$ " 为真命题, " $p \wedge q$ " 为假命题, 求实数 x 的取值范围.

18. 某企业对其生产的一批产品进行检测, 得出每件产品中某种物质含量 (单位: 克) 的频率分布直方图如图所示.



- 估计产品中该物质含量的中位数及平均数 (同一组数据用该区间的中点值作代表);
- 规定产品的级别如表:

产品级别	C	B	A
某种物质含量范围	[60,70)	[70,80)	[80,100)

若生产 1 件 A 级品可获利润 100 元, 生产 1 件 B 级品可获利润 50 元, 生产 1 件 C 级品亏损 50 元. 现管理人员从三个等级的产品中采用分层抽样的方式抽取 10 件产品, 试用样本估计生产 1 件该产品的平均利润.

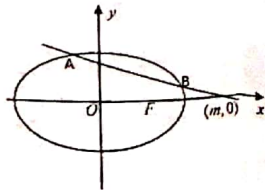
19. 已知椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的右焦点 F 与抛物线 $y^2 = 8x$ 的焦点

重合, 且椭圆的离心率为 $\frac{\sqrt{6}}{3}$, 过 x 轴正半轴一点 $(m, 0)$ 且斜率为 $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ 的

直线 l 交椭圆于 A, B 两点.

(1) 求椭圆的标准方程;

(2) 是否存在实数 m 使 $\overrightarrow{FA} \cdot \overrightarrow{FB} = 0$, 若存在, 求出实数 m 的值; 若不存在, 请说明理由.



20. 某兴趣小组欲研究昼夜温差大小与患感冒人数多少之间的关系, 他们分别到气象局与某医院抄录了 1 至 6 月份每月 10 号的昼夜温差情况与因患感冒而就诊的人数, 得到如下资料:

日期	1月10日	2月10日	3月10日	4月10日	5月10日	6月10日
昼夜温差 x ($^{\circ}\text{C}$)	10	11	13	12	8	6
就诊人数 y (个)	22	25	29	26	16	12

该兴趣小组确定的研究方案是: 先用 2、3、4、5 月的 4 组数据求线性回归方程, 再用 1 月和 6 月的 2 组数据进行检验.

- 请根据 2、3、4、5 月的数据, 求出 y 关于 x 的线性回归方程 $\hat{y} = \hat{b}x + \hat{a}$
- 若由线性回归方程得到的估计数据与所选出的检验数据的误差均不超过 2 人, 则认为得到的线性回归方程是理想的, 试问该小组所得线性回归方程是否理想?

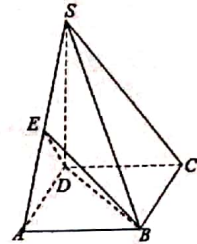
(参考公式: $\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{x}^2}$, $\hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x}$)

参考数据: $11 \times 25 + 13 \times 29 + 12 \times 26 + 8 \times 16 = 1092$, $11^2 + 13^2 + 12^2 + 8^2 = 498$.

21. 如图, 在四棱锥 $S-ABCD$ 中, $SD \perp$ 底面 $ABCD$, 底面 $ABCD$ 是矩形,

且 $SD = AD = \sqrt{2}AB$, E 是 SA 的中点.

- 求证: 平面 $BED \perp$ 平面 SAB ;
- 求平面 BED 与平面 SBC 成二面角 (锐角) 的大小.



22. 已知抛物线 $C: y^2 = 2px$ 经过点 $P(1, 2)$, 过点 $Q(0, 1)$ 的直线 l 与抛物线 C 有两个不同的交点 A, B , 且直线 PA 交 y 轴于 M , 直线 PB 交 y 轴于 N .

- 求直线 l 的斜率的取值范围;
- 设 O 为原点, $\overrightarrow{QM} = \lambda \overrightarrow{QO}$, $\overrightarrow{QN} = \mu \overrightarrow{QO}$, 求证: $\frac{1}{\lambda} + \frac{1}{\mu}$ 为定值.