

高二数学试题 (文科)

命题学校: 重庆市江津中学

命题人: 吴志敏

审题人: 周雪敏

本试卷分为第 I 卷 (选择题) 和第 II 卷 (非选择题) 两部分: 满分 150 分, 考试时间 120 分钟.

注意事项:

1. 答题前, 务必将自己的姓名、准考证号等填写在答题卷规定的位置上.
2. 答选择题时, 必须使用 2B 铅笔将答题卷上对应题目的答案标号涂黑.
3. 答非选择题时, 必须使用 0.5 毫米黑色签字笔, 将答案书写在答题卷规定的位置上.
4. 考试结束后, 将答题卷交回.

第 I 卷 (选择题, 共 60 分)

一、选择题 (本大题共 12 道小题, 每小题 5 分, 共 60 分)

1. 命题“若 x, y 都是偶数, 则 $x+y$ 是偶数”的逆否命题是 ()

- A. 若 $x+y$ 是偶数, 则 x 与 y 不都是偶数
 B. 若 $x+y$ 是偶数, 则 x 与 y 都不是偶数
 C. 若 $x+y$ 不是偶数, 则 x 与 y 不都是偶数
 D. 若 $x+y$ 不是偶数, 则 x 与 y 都不是偶数

2. 抛物线 $x^2 = \frac{1}{2}y$ 的准线方程为 ()

- A. $x = -\frac{1}{2}$ B. $x = -\frac{1}{8}$ C. $y = -\frac{1}{2}$ D. $y = -\frac{1}{8}$

3. 已知 m, n 表示两条不同直线, α 表示平面, 下列说法正确的是 ()

- A. 若 $m // \alpha, n // \alpha$, 则 $m // n$
 B. 若 $m \perp \alpha, n // \alpha$, 则 $m \perp n$
 C. 若 $m \perp \alpha, m \perp n$, 则 $n \perp \alpha$
 D. 若 $m \perp n, m // \alpha$, 则 $n // \alpha$

4. 命题 $p: \exists x_0 > 0, x_0 + \frac{1}{x_0} = 2$, 则 $\neg p$ 为 ()

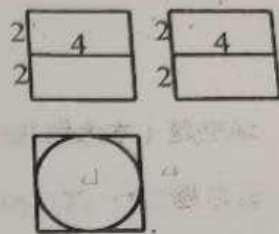
- A. $\forall x > 0, x + \frac{1}{x} = 2$
 B. $\forall x > 0, x + \frac{1}{x} \neq 2$
 C. $\forall x \leq 0, x + \frac{1}{x} = 2$
 D. $\forall x \leq 0, x + \frac{1}{x} \neq 2$

5. 已知 $F_1(-4,0), F_2(4,0)$ 是双曲线 C 的两个焦点, 且直线 $y = \sqrt{3}x$ 是该双曲线的一条渐近线, 则此双曲线的标准方程为 ()

- A. $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{12} = 1$ B. $\frac{x^2}{12} - \frac{y^2}{4} = 1$ C. $x^2 - \frac{y^2}{3} = 1$ D. $\frac{x^2}{3} - y^2 = 1$

6. 某组合体三视图如图所示, 则该几何体的表面积为 ()

- A. $64 + 8\pi$
B. $64 + 12\pi$
C. $48 + 8\pi$
D. $48 + 16\pi$



7. 直线 m 与直线 $l: x - 2y + 1 = 0$ 平行, 且直线 m 过点 $(-2, 0)$, 则直线 m 和 l 的距离为 ()

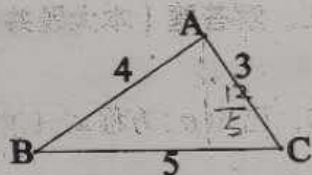
- A. $\frac{\sqrt{5}}{5}$ B. $\sqrt{5}$ C. 1 D. $\frac{3\sqrt{5}}{5}$

8. 已知圆 $C: (x-1)^2 + (y-1)^2 = 1$, 若直线 $y = x - t$ 与圆 C 相切, 则实数 t 的值为 ()

- A. $\sqrt{2}$ B. $\pm\sqrt{2}$ C. ± 2 D. 2

9. 如图所示, $\triangle ABC$ 的三条边长分别为 $AB = 4, AC = 3, BC = 5$, 现将此三角形以 BC 边所在直线为轴旋转一周, 则所得几何体的表面积为 ()

- A. $\frac{48}{5}\pi$ B. $\frac{36}{5}\pi$
C. $\frac{84}{5}\pi$ D. $\frac{12}{5}\pi$

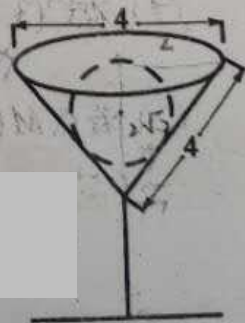


10. 设 $F_1(-c, 0), F_2(c, 0)$ 分别是双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左右焦点, 圆 $x^2 + y^2 = c^2$ 与双曲线在第一象限交于点 A , 若 $2|AF_1| = 3|AF_2|$, 则此双曲线的离心率为 ()

- A. $\frac{12}{5}$ B. $\frac{13}{5}$ C. $\frac{2\sqrt{13}}{5}$ D. $\sqrt{13}$

11. 如图, 一个盛满溶液的玻璃杯, 其形状为一个倒置的圆锥, 现放一个球状物体完全浸没于杯中, 球面与圆锥侧面相切, 且与玻璃杯口所在平面相切, 则溢出溶液的体积为 ()

- A. $\frac{8}{27}\sqrt{3}\pi$ B. $\frac{4}{27}\sqrt{3}\pi$
C. $\frac{16}{27}\sqrt{3}\pi$ D. $\frac{32}{27}\sqrt{3}\pi$



12. 已知圆 $(x+3)^2 + y^2 = 64$ 的圆心为 M , 设 A 为圆上任一点, 点 N 的坐标为 $(3,0)$, 线段

AN 的垂直平分线交 MA 于点 P , 则 $\frac{|PM|}{|PN|}$ 的取值范围是 ()

A. $[\frac{6}{7}, 8]$

B. $[\frac{2}{5}, 6]$

C. $[\frac{1}{7}, 7]$

D. $[\frac{1}{4}, 4]$

第 II 卷 (非选择题, 共 90 分)

二、填空题 (本大题共 4 道小题, 每小题 5 分, 共 20 分)

13. 若命题“ $p: \forall x > 0, x + \frac{1}{x} \geq m$ ”为真命题, 则实数 m 的取值范围是_____.

14. 已知 $p: -1 < x < 3, q: -1 < x < m+1$, 若 q 是 p 的必要不充分条件, 则实数 m 的取值范围是_____.

15. 已知直线 $l: x + y - 5 = 0$, 则点 $P(3, 4)$ 关于直线 l 对称的点的坐标为_____.

16. 已知抛物线 $C: y^2 = 8x$ 的焦点为 F , 准线为 l , P 是 l 上一点, Q 是直线 PF 与 C 的一个交点. 若 $\vec{FP} = 4\vec{FQ}$, 则 $|QF| =$ _____.

三、解答题 (本大题共 6 道小题, 第 17 题 10 分, 其余每题 12 分, 共 70 分)

17. 已知 p : 方程 $x^2 + y^2 - 4y + m^2 = 0$ 表示圆; q : 方程 $\frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{m} = 1$ 表示焦点在 x 轴上的椭圆.

(1) 若 p 为真命题, 求实数 m 的取值范围;

(2) 若“ $p \wedge q$ ”为假, “ $p \vee q$ ”为真, 求实数 m 的取值范围.

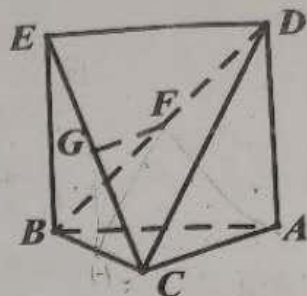
18. 已知 $\triangle ABC$ 中, $A(2, -1), B(4, 3)$.

(1) 若 $C(3, -2)$, 求 BC 边上的高 AD 所在直线方程的一般式;

(2) 若点 $M(1, 2)$ 为边 AC 的中点, 求 BC 边所在直线方程的一般式.



19. 如图所示,在四棱锥 $C-ABED$ 中,四边形 $ABED$ 是正方形,点 G, F 分别是线段 EC, BD 的中点.

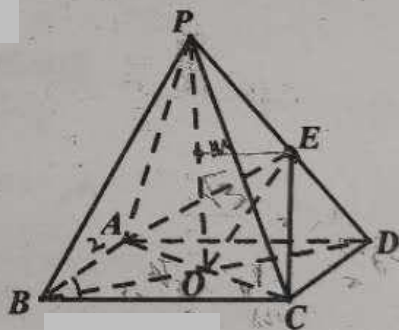


- (1) 求证: $GF \parallel$ 平面 ABC ;
 (2) 线段 BC 上是否存在一点 H , 使得面 $GFH \parallel$ 面 ACD , 若存在, 请找出点 H 并证明; 若不存在, 请说明理由.

20. 已知直线 $l: y = kx + 3 (k > 0)$ 与 x 轴, y 轴围成的三角形面积为 $\frac{9}{4}$, 圆 M 的圆心在直线 l 上, 与 x 轴相切, 且在 y 轴上截得的弦长为 $4\sqrt{6}$.

- (1) 求直线 l 的方程 (结果用一般式表示);
 (2) 求圆 M 的标准方程.

21. 如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 是菱形, $\angle ABC = 60^\circ$, $AB = 2$, $AC \cap BD = O$, $PO \perp$ 底面 $ABCD$.



- (1) 证明: 面 $PBD \perp$ 面 ACE ;
 (2) 若点 E 是棱 PD 的中点, $OE = \frac{\sqrt{6}}{2}$, 求三棱锥 $P-ACE$ 的体积.

22. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率 $e = \frac{1}{2}$, $M\left(\sqrt{3}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ 在椭圆上.

- (1) 求椭圆 C 的标准方程;
 (2) 若不过原点 O 的直线 l 与椭圆 C 相交于 A, B 两点, l 与直线 OM 相交于点 N , 且 N 是线段 AB 的中点, 求 $\triangle OAB$ 面积的最大值.