2018～2019 学年东联现代中学高二上学期期末考试

数学试卷(理科)

考生注意：

1. 本试卷分选择题和非选择题两部分。满分 150 分，考试时间 120 分钟。
2. 答题前，考生务必用直径 0.5 毫米黑色墨水签字笔将密封线内项目填写清楚。
3. 考生作答时，请将答案答在答题卡上。选择题每小题选出答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑；非选择题请用直径 0.5 毫米黑色墨水签字笔在答题卡上各题的答题区域内作答，**超出答题区域书写的答案无效，在试题卷、草稿纸上作答无效。**
4. 本卷命题范围：人教 B 版必修 3，选修 2－1。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 双曲线$\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{16}=1$ 的渐近线方程是

A. $y=\pm\frac{9}{16}x$　　B. $y=\pm\frac{16}{9}x$　　C. $y=\pm\frac{4}{3}x$　　D. $y=\pm\frac{3}{4}x$

2. 已知命题 p：在四边形 $ABCD$ 中 $AB=DC$；命题 q：在四边形 $ABCD$ 中 $AB\parallel DC$，则能够用逻辑连接词判断四边形 $ABCD$ 是平行四边形的是

A. $(\neg p)\vee q$　　B. $(\neg p)\wedge(\neg q)$

C. $p\wedge q$　　D. $(\neg p)\vee(\neg q)$

3. 某单位有职工 75 人，其中青年职工 35 人，中年职工 25 人，老年职工 15 人，为了了解该单位职工对“木桶理论”的理解情况，决定用分层抽样的方法从中抽取一个样本，若样本中的青年职工为 7 人，则样本中的中年职工为

A. 3 人　　B. 5 人　　C. 7 人　　D. 8 人

4. 若抛物线 $x=ay^2(a\neq 0)$的准线方程为 $x=2$，则 a 的值为

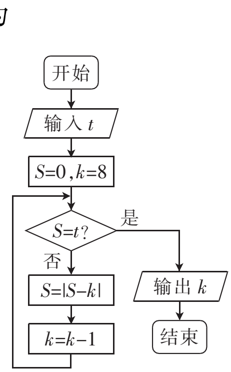
A. $-\frac{1}{8}$　　B. $\frac{1}{8}$　　C. 8　　D. -8

5. 已知$\triangle MAB$ 的周长为 10，且 $A(-2,0)$，$B(2,0)$，则顶点 M 的轨迹方程为

A. $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{5}=1$　　B. $\frac{y^2}{9}+\frac{x^2}{5}=1$

C. $\frac{y^2}{9}+x^2=1$　　D. $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{5}=1(y\neq 0)$

6. 某程序框图如图所示，若输入的 $t=4$，则输出的 $k=$



A. 2

B. 3

C. 4

D. 5

7. 若向边长为 2 的正方形 $ABCD$ 区域内投一粒不计大小的种子(种子落入正方形 $ABCD$ 区域内),则种子到点 A 的距离小于 1 的概率是

A. $\frac{\pi}{16}$　　B. $\frac{\pi}{4}$　　C. $\frac{\pi}{8}$　　D. $\frac{\pi}{32}$

8. 已知双曲线 C:$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{20}=1(a>0)$的一条渐近线方程为$\sqrt{5}x+2y=0$,$F_1$,$F_2$ 分别是双曲线 C 的左,右焦点,点 P 在双曲线 C 上,且$|PF_1|=9$,则$|PF_2|=$

A. 1　　B. 17　　C. 1 或 17　　D. 18

9. 从抛物线 $y^2=8x$ 在第一象限内的一点 P 引抛物线准线的垂线,垂足为 M,抛物线的焦点为 F,若$|MF|=5$,则直线 PF 的斜率为

A. $-\frac{26}{7}$　　B. -3　　C. $-\frac{24}{7}$　　D. -4

10. 若平面 α 的一个法向量为 $\boldsymbol{n}=(1,2,m)$,$A=(1,0,2)$,$B=(0,-1,4)$,$C\left(-1,-1,\frac{7}{2}\right)$,$A\notin\alpha$,$B\in\alpha$,且 $C\in\alpha$,则点 A 到平面 α 的距离为

A. $\frac{1}{3}$　　B. $\frac{2}{3}$　　C. $\frac{5}{3}$　　D. $\frac{7}{3}$

11. 已知 F 是椭圆 C:$\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{5}=1$ 的左焦点,P 为 C 上一点,$A(-1,2)$,则$|PA|+|PF|$的最大值为

A. $5+2\sqrt{5}$　　B. 9

C. $6+\sqrt{13}$　　D. 10

12. 设 F_1,F_2 分别是双曲线 C:$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ 的左、右焦点,点 $P\left(\frac{\sqrt{6}}{2},\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$在此双曲线上,且 $PF_1\perp PF_2$,则双曲线 C 的离心率 e 等于

A. $\frac{\sqrt{6}}{2}$　　B. $\sqrt{2}$　　C. $\sqrt{3}$　　D. $\sqrt{5}$

二、填空题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分。

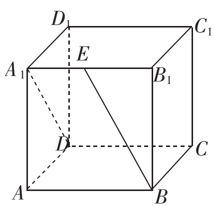
13.《少年中国说》是清朝末年梁启超所作的散文,写于戊戌变法失败后的 1900 年,文中极力歌颂少年的朝气蓬勃,其中“少年智则国智,少年富则国富;少年强则国强,少年独立则国独立”等优秀文句激励一代又一代国人强身健体、积极竞技. 2018 年,甲、乙、丙、丁四人参加运动会射击项目选拔赛,四人的平均成绩和方差如下表:

	甲	乙	丙	丁
平均环数 $\bar{x}$	8.5	8.8	8.8	8
方差 s^2	3.5	3.5	2.1	8.5

则参加运动会的最佳人选应为__________.

14. 若“$\exists x\in[1,2]$,$x^2-a>0$”为真命题,则实数 a 的取值范围是__________.

15. 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中,点 E 是线段 A_1B_1 的中点,则直线 BE 与 DA_1 所成角的余弦值是________.



16. 已知点 $B\left(1,\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$在椭圆$\frac{x^2}{4}+y^2=1$ 上,点 C 是异于点 B 椭圆上一动点,当$\triangle OBC$ 面积最大时,点 C 的坐标为________.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17.（本小题满分 10 分）

已知某电子设备的使用年限 x（年）和所支出的维修费用 y（万元）有如下统计数据：

x	2	3	4	5	6
y	2.2	3.8	5.5	6.5	7.0

分析知 y 与 x 呈线性相关关系.

(1)求 y 关于 x 的线性回归方程；

(2)若使用年限为 20 年，则维修费用约为多少？

注：$\hat{b}=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})(y_i-\overline{y})}{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^2}$，$\hat{a}=\overline{y}-\hat{b}\,\overline{x}$.

18.（本小题满分 12 分）

已知命题 p："椭圆$\dfrac{x^2}{a}+\dfrac{y^2}{5}=1$ 的焦点在 x 轴上"；命题 q："函数 $y=\log_2(x^2+2x+a)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$.

(1)若命题 p 为真命题，求实数 a 的取值范围；

(2)若"$p\vee q$"为真命题，"$p\wedge q$"为假命题，求实数 a 的取值范围.

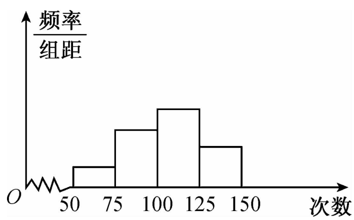
19.（本小题满分 12 分）

今天的学校教育非常关注学生身体健康成长，某地安顺小学的教育行政主管部门为了了解小学生的体能情况，抽取该校二年级的部分学生进行两分钟跳绳次数测试，测试成绩分成 $[50,75)$，$[75,100)$，$[100,125)$，$[125,150]$四个部分，并画出频率分布直方图如图所示，图中从左到右前三个小组的频率分别为 0.1，0.3，0.4，且第一小组（从左向右）的人数为 5（人）.

(1)求第四小组的频率；

(2)求该校二年级参加两分钟跳绳测试的学生人数；

(3)若两分钟跳绳次数不低于 100 次的学生体能为达标，试估计该校二年级学生体能的达标率.



20.(本小题满分 12 分)

2018 年,世界政治风云存在着诸多变数,中东成为世界的焦点. 现有 8 名维和军人,其中维和军人 A_1,A_2,A_3 通晓英语,B_1,B_2,B_3 通晓俄语,C_1、C_2 通晓汉语,2018 年 10 月 1 日,国际社会从这 8 名维和军人中选出通晓英语、俄语和汉语的维和军人各 1 名,组成一个中东战地维和领导小组.

(1)求 A_2 被选中的概率;

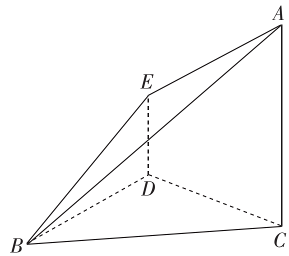
(2)求 B_1 和 C_1 至少有一个人被选中的概率.

21.(本小题满分 12 分)

在如图所示的几何体中,$DE /\!/ AC$,$AC\perp$平面 BCD,$AC=2DE=4$,$BC=2$,$DC=1$,$\angle BCD=60^\circ$.

(1)证明:$BD\perp$平面 $ACDE$;

(2)求平面 BCD 与平面 BAE 所成二面角的正弦值.



22.(本小题满分 12 分)

已知椭圆 C_1:$\dfrac{x^2}{8}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(b>0)$的左、右焦点分别为 F_1,F_2,点 F_2 也为抛物线 C_2:$y^2=8x$ 的焦点.

(1)若 M,N 为椭圆 C_1 上两点,且线段 MN 的中点为(1,1),求直线 MN 的斜率;

(2)若过椭圆 C_1 的右焦点 F_2 作两条互相垂直的直线分别交椭圆于 A,B 和 C,D,设线段 AB,CD 的长分别为 m,n,证明:$\dfrac{1}{m}+\dfrac{1}{n}$是定值.

2018～2019 学年东联现代中学高二上学期期末考试·数学试卷(理科)

参考答案、提示及评分细则

1.C　双曲线$\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{16}=1$的渐近线方程为$\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{16}=0$，即 $y=\pm\frac{4}{3}x$.

2.C　根据平行四边形的判定定理：一组对边平行且相等的四边形是平行四边形，可得 $p\wedge q$. 故选 C.

3.B　设样本中的中年职工为 m 人，则$\frac{7}{35}=\frac{m}{25}$，解得 $m=5$ 人.

4.A　$x=ay^2$ 可化为 $y^2=\frac{1}{a}x$，则$-\frac{1}{4a}=2$ 即 $a=-\frac{1}{8}$.

5.D　由题 $6>4$，故点 M 的轨迹为焦点在 x 轴上的椭圆，$2a=6$，$c=2$，故 $b^2=a^2-c^2=5$，故椭圆的方程为$\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{5}=1$，又 M,A,B 不共线，所以 M 的轨迹方程为$\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{5}=1(y\neq0)$. 故选 D.

6.B　$S=0,k=8;S=8,k=7;S=1,k=6;S=5,k=5;S=0,k=4;S=4,k=3$.

7.A　据题设分析知，所求概率 $p=\frac{\frac{1}{4}\times\pi\times1^2}{2\times2}=\frac{\pi}{16}$.

8.B　依题意，有$\frac{2\sqrt{5}}{a}=\frac{\sqrt{5}}{2}$，所以 $a=4$. 因为$|PF_1|=9$，所以点 P 在双曲线的左支上，故有$|PF_2|-|PF_1|=2a$，解得$|PF_2|=17$. 故选 B.

9.C　由题意可得抛物线的焦点到准线的距离为 4，$\therefore y_P=\sqrt{|MF|^2-4^2}=3$，代入抛物线得 $x_p=\frac{9}{8}$，$\therefore k=\frac{3-0}{\frac{9}{8}-2}=-\frac{24}{7}$. 故选 C.

10.D　$\because\overrightarrow{BC}=(-1,0,-\frac{1}{2})$，$\therefore\boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{BC}=-1-\frac{1}{2}m=0$，则 $m=-2$.

$\because\overrightarrow{AB}=(-1,-1,2)$，$\therefore A$ 到平面 α 的距离 $d=\frac{|\overrightarrow{AB}\cdot\boldsymbol{n}|}{|\boldsymbol{n}|}=\frac{|-1-2-4|}{3}=\frac{7}{3}$.

11.C　记椭圆 C 的右焦点为F'，则$|PF|+|PF'|=6$，所以$|PA|+|PF|=|PA|+6-|PF'|\leqslant6+|AF'|=6+\sqrt{13}$.

12.B　设 $F_1(-c,0)$，$F_2(c,0)$，由 $P\left(\frac{\sqrt{6}}{2},\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$得$\overrightarrow{PF_2}=\left(c-\frac{\sqrt{6}}{2},-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$，$\overrightarrow{PF_1}=\left(-c-\frac{\sqrt{6}}{2},-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$，又 $PF_1\perp PF_2$，则$\overrightarrow{PF_1}\cdot\overrightarrow{PF_2}=\left(c-\frac{\sqrt{6}}{2}\right)\left(-c-\frac{\sqrt{6}}{2}\right)+\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)=0$，即 $c=\sqrt{2}$，$PF_1=\sqrt{3}+1$，$PF_2=\sqrt{3}-1$，$PF_1-PF_2=2a$，所以 $a=1$，$e=\frac{c}{a}=\sqrt{2}$. 故选 B.

13.丙　从表格中可以看出乙和丙的平均成绩优于甲和丁的平均成绩，但丙成绩发挥得最稳定，故最佳人选应为丙.

14.$(-\infty,4)$　当 $x\in[1,2]$时，$1\leqslant x^2\leqslant4$. 又$\because$“$\exists x\in[1,2]$，$x^2-a>0$”为真命题，$\therefore\exists x\in[1,2]$使 $a<x^2$ 成

立，∴$a<4$.

15. $\frac{\sqrt{10}}{5}$　以 D 为原点，DA,DC,DD_1 分别为 x,y,z 轴建立空间直角坐标系，设正方体边长为1，则 $A_1(1,0,1)$，

$B(1,1,0)$，$E(1,\frac{1}{2},1)$，$\overrightarrow{DA_1}=(1,0,1)$，$\overrightarrow{BE}=(0,-\frac{1}{2},1)$，

$\cos\langle\overrightarrow{DA_1},\overrightarrow{BE}\rangle=\frac{\overrightarrow{DA_1}\cdot\overrightarrow{BE}}{|\overrightarrow{DA_1}||\overrightarrow{BE}|}=\frac{1}{\sqrt{1+1}\times\sqrt{\frac{1}{4}+1}}=\frac{2}{\sqrt{10}}=\frac{\sqrt{10}}{5}$.

16. $\left(-\sqrt{3},\frac{1}{2}\right)$或$\left(\sqrt{3},-\frac{1}{2}\right)$　直线 OB 的方程为 $y=\frac{\sqrt{3}}{2}x$，即$\sqrt{3}x-2y=0$，设过点 C 且平行于 OB 的直线 l' 方程为 $y=\frac{\sqrt{3}}{2}x+m(m\neq0)$，则当 l' 与椭圆只有一个公共点时，$\triangle OBC$ 面积取最大.

$\begin{cases}\frac{x^2}{4}+y^2=1,\\ y=\frac{\sqrt{3}}{2}x+m,\end{cases}$ 消去 y，整理得 $x^2+\sqrt{3}mx+m^2-1=0$，令 $\Delta=3m^2-4(m^2-1)=0$，解得 $m=\pm2$，

当 $m=2$ 时，$C\left(-\sqrt{3},\frac{1}{2}\right)$，点 C 到直线 OB 的距离为 $d=\frac{\left|-3-2\times\frac{1}{2}\right|}{\sqrt{3+4}}=\frac{4\sqrt{7}}{7}$；当 $m=-2$ 时，$C\left(\sqrt{3},-\frac{1}{2}\right)$，

点 C 到直线 OB 的距离为 $d'=\frac{|3+1|}{\sqrt{3+4}}=\frac{4\sqrt{7}}{7}$. 综上可得点 C 的坐标为$\left(-\sqrt{3},\frac{1}{2}\right)$或$\left(\sqrt{3},-\frac{1}{2}\right)$.

17. 解：(1)$\overline{x}=\frac{2+3+4+5+6}{5}=4$，…………………………………… 1分

$\overline{y}=\frac{2.2+3.8+5.5+6.5+7.0}{5}=5$，…………………………………… 3分

$\hat{b}=\frac{(2-4)\cdot(2.2-5)+(3-4)\cdot(3.8-5)+(4-4)\cdot(5.5-5)+(5-4)\cdot(6.5-5)+(6-4)\cdot(7-5)}{(2-4)^2+(3-4)^2+(4-4)^2+(5-4)^2+(6-4)^2}$

$=1.23$，…………………………………… 6分

$\hat{a}=\overline{y}-\hat{b}\overline{x}=5-1.23\times4=0.08$，…………………………………… 7分

所以所求线性回归直线方程为 $\hat{y}=1.23x+0.08$. …………………………………… 8分

(2)当 $x=20$ 时，$\hat{y}=1.23\times20+0.08=24.68$(万元)，估计当使用20年时的维修费用为24.68万元.

…………………………………… 10分

18. 解：(1)p 真：椭圆$\frac{x^2}{a}+\frac{y^2}{5}=1$ 的焦点在 x 轴上，则 $a>5$，

∴实数 a 的取值范围是$(5,+\infty)$. …………………………………… 3分

(2)∵“$p\vee q$”为真命题、“$p\wedge q$”为假命题，

∴p 真 q 假或 p 假 q 真. …………………………………… 6分

q 真：∵函数 $y=\log_2(x^2+2x+a)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$，

∴$4-4a<0$，解得 $a>1$. …………………………………… 8分

当 p 真 q 假时，$\begin{cases}a>5,\\ a\leqslant1,\end{cases}$ 解得 $a\in\varnothing$；

当 p 假 q 真时，$\begin{cases} a\leqslant 5, \\ a>1, \end{cases}$ 解得 $1<a\leqslant 5$.

∴实数 a 的取值范围是 $(1,5]$. …………………………………………………… 12 分

19. 解：(1)第四小组的频率为 $1-0.1-0.3-0.4=0.2$. ……………………………………… 3 分

(2)设该校二年级参加两分钟跳绳测试的学生有 x 人，则 $0.1x=5$，………………………… 6 分

解得 $x=50$，故该校二年级参加两分钟跳绳测试的学生有 50 人. ………………………… 8 分

(3)由题意及频率分布直方图知，样本数据参加两分钟跳绳次数测试体能达标率为 $0.4+0.2=0.6$，

所以可估计该校二年级学生体能达标率为 60%. ………………………………………………… 12 分

20. 解：(1)从 8 人中选出通晓英语、俄语和汉语维和军人各 1 名的可能结果为 (A_1,B_1,C_1)，(A_1,B_1,C_2)，(A_1,B_2,C_1)，(A_1,B_2,C_2)，(A_1,B_3,C_1)，(A_1,B_3,C_2)，(A_2,B_1,C_1)，(A_2,B_1,C_2)，(A_2,B_2,C_1)，(A_2,B_2,C_2)，(A_2,B_3,C_1)，(A_2,B_3,C_2)，(A_3,B_1,C_1)，(A_3,B_1,C_2)，(A_3,B_2,C_1)，(A_3,B_2,C_2)，(A_3,B_3,C_1)，(A_3,B_3,C_2)，共 18 种情况. ……………………………………………………………… 4 分

用 M 表示事件“A_2 被选中”，则 $P(M)=\dfrac{6}{18}=\dfrac{1}{3}$. ……………………………………………… 6 分

(2)用 N 表示事件“B_1 和 C_1 至少有 1 个人被选中”.

据(1)求解知，B_1 和 C_1 至少有 1 个人被选中有 12 种情况，………………………………… 9 分

所以 B_1 和 C_1 至少有 1 个人被选中的概率 $P(N)=\dfrac{12}{18}=\dfrac{2}{3}$. ………………………………… 12 分

21. 解：(1)在 $\triangle BCD$ 中，$BD^2=2^2+1-2\times 1\times 2\cos 60°=3$，

所以 $BC^2=BD^2+DC^2$，所以 $\triangle BCD$ 为直角三角形，$BD\perp CD$. ………………………… 3 分

又因为 $AC\perp$ 平面 BCD，所以 $AC\perp BD$. ……………………………………………… 4 分

而 $AC\cap CD=C$，所以 $BD\perp$ 平面 $ACDE$. …………………………………………… 5 分

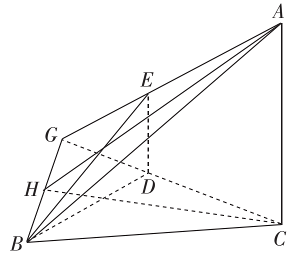
(2)(方法一)如图延长 AE，CD 相交于 G，连接 BG，

则平面 $AEB\cap$ 平面 $BCD=BG$.

二面角 $A-BG-C$ 就是平面 BCD 与平面 BAE 所成二面角. …………… 7 分

因为 $DE/\!/AC$，$AC=2DE$，所以 DE 是 $\triangle AGC$ 的中位线，

$GD=DC=1$，这样 $GC=BC=2$，$\angle BCD=60°$，$\triangle BGC$ 是等边三角形. …… 9 分



取 BG 的中点为 H，连接 AH，CH，因为 $AC\perp$ 平面 BCD，

所以 $\angle AHC$ 就是二面角 $A-BG-C$ 的平面角. ………………………………………… 10 分

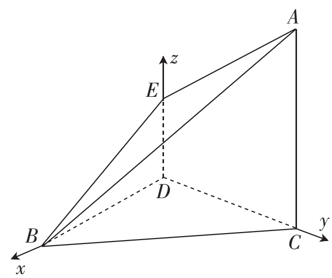
在 $\mathrm{Rt}\triangle AHC$，$AC=4$，$CH=\sqrt{3}$，所以 $\sin\angle AHC=\dfrac{4}{\sqrt{19}}=\dfrac{4\sqrt{19}}{19}$. ………………………… 12 分

(方法二)建立如图所示的空间直角坐标系 $D-xyz$，可得 $D(0,0,0)$，

$B(\sqrt{3},0,0)$，$C(0,1,0)$，$E(0,0,2)$，$A(0,1,4)$，

$\overrightarrow{BA}=(-\sqrt{3},1,4)$，$\overrightarrow{EA}=(0,1,2)$. ………………………………… 7 分

设 $\boldsymbol{n}=(x,y,z)$ 是平面 BAE 的法向量，则 $\begin{cases} \boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{BA}=-\sqrt{3}x+y+4z=0 \\ \boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{EA}=y+2z=0 \end{cases}$，



令 $z=\sqrt{3}$，得 $\boldsymbol{n}=(2,-2\sqrt{3},\sqrt{3})$. ………………………………………………………… 9 分

取平面 BCD 的法向量为 $\boldsymbol{m}=(0,0,1)$. ………………………………………………………… 10 分

设平面 BCD 与平面 BAE 所成二面角的平面角为 θ，

则 $|\cos\theta|=\frac{|\boldsymbol{n}\cdot\boldsymbol{m}|}{|\boldsymbol{n}||\boldsymbol{m}|}=\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{19}}$，从而 $\sin\theta=\frac{4\sqrt{19}}{19}$. ………………………………………… 12 分

22. 解：因为抛物线 $C_2:y^2=8x$ 的焦点为 $(2,0)$，所以 $8-b^2=4$，故 $b=2$.

所以椭圆 $C_1:\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{4}=1$. ………………………………………………………………………… 1 分

(1)设 $M(x_1,y_1)$，$N(x_2,y_2)$，则 $\begin{cases}\frac{x_1^2}{8}+\frac{y_1^2}{4}=1,\\ \frac{x_2^2}{8}+\frac{y_2^2}{4}=1,\end{cases}$

两式相减得 $\frac{(x_1+x_2)(x_1-x_2)}{8}+\frac{(y_1+y_2)(y_1-y_2)}{4}=0$， ………………………………… 3 分

又 MN 的中点为 $(1,1)$，所以 $x_1+x_2=2$，$y_1+y_2=2$. ……………………………………………… 4 分

所以 $\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=-\frac{1}{2}$.

显然，点 $(1,1)$ 在椭圆内部，所以直线 MN 的斜率为 $-\frac{1}{2}$. ……………………………………… 5 分

证明：(2)椭圆右焦点 $F_2(2,0)$.

当直线 AB 的斜率不存在或者为 0 时，$\frac{1}{m}+\frac{1}{n}=\frac{1}{4\sqrt{2}}+\frac{1}{2\sqrt{2}}=\frac{3\sqrt{2}}{8}$. ……………………………… 7 分

当直线 AB 的斜率存在且不为 0 时，设直线 AB 的方程为 $y=k(x-2)$，

设 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，联立方程得 $\begin{cases}y=k(x-2),\\ x^2+2y^2=8,\end{cases}$

消去 y 并化简得 $(1+2k^2)x^2-8k^2x+8k^2-8=0$， ………………………………………………… 8 分

因为 $\Delta=(-8k^2)^2-4(1+2k^2)(8k^2-8)=32(k^2+1)>0$，

所以 $x_1+x_2=\frac{8k^2}{1+2k^2}$，$x_1x_2=\frac{8(k^2-1)}{1+2k^2}$.

所以 $m=\sqrt{1+k^2}\sqrt{(x_1+x_2)^2-4x_1x_2}=\frac{4\sqrt{2}(1+k^2)}{1+2k^2}$， ……………………………………… 10 分

同理可得 $n=\frac{4\sqrt{2}(1+k^2)}{k^2+2}$. ………………………………………………………………………… 11 分

所以 $\frac{1}{m}+\frac{1}{n}=\frac{1}{4\sqrt{2}}\left(\frac{1+2k^2}{1+k^2}+\frac{k^2+2}{1+k^2}\right)=\frac{3\sqrt{2}}{8}$ 为定值. ……………………………………… 12 分