

2018-2019 学年

东北师大附中

高二年级文科数学试题

上学期期末考试

一、选择题 (每小题 4 分, 共 48 分, 每小题只有一个正确选项)

1. 命题“ $\forall x \in R, e^x \geq x+1$ ”的否定是

(A) $\forall x \in R, e^x < x+1$

(B) $\exists x \in R, e^x \geq x+1$

(C) $\exists x \in R, e^x < x+1$

(D) $\exists x \in R, e^x \leq x+1$

2. 若椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 的右焦点坐标是 $(1, 0)$, 长轴长是 4, 则椭圆的标准方程为

(A) $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$

(B) $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$

(C) $\frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{4} = 1$

(D) $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{15} = 1$

3. 双曲线 $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{8} = 1$ 的虚轴长是

(A) $2\sqrt{2}$

(B) $2\sqrt{3}$

(C) $4\sqrt{2}$

(D) $4\sqrt{3}$

4. 若原命题是“若 $x = -1$, 则 $x^2 - x - 2 = 0$ ”, 则它的逆命题、否命题和逆否命题三个命题中真命题的个数是

(A) 0 个

(B) 1 个

(C) 2 个

(D) 3 个

5. 为了检查某超市货架上的饮料是否含有塑化剂, 要从编号依次为 1 到 50 的塑料瓶装饮料中抽取 5 瓶进行检验, 用系统抽样方法确定所选取的 5 瓶饮料的编号可能是

(A) 5, 10, 15, 20, 25

(B) 2, 4, 8, 16, 32

(C) 1, 2, 3, 4, 5

(D) 8, 18, 28, 38, 48

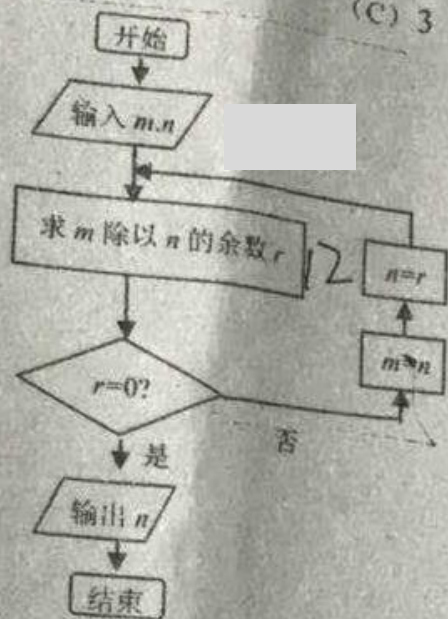
6. 执行下面的程序框图，若输入 $m=72, n=30$ ，则输出的 n 的值为

(A) 12

(B) 6

(C) 3

(D) 0



7. 已知 $m, n \in R$ ，则“ $m+n > 2$ ”是“ $m > 1$ ，且 $n > 1$ ”的

(A) 充分不必要条件

(B) 必要不充分条件

(C) 充分必要条件

(D) 既不充分又不必要条件

8. 已知 P 是抛物线 $y^2 = 4x$ 上的一个动点，则 P 到 $(0, 2)$ 的距离与到抛物线准线距离之和的最小值为

(A) 3

(B) 4

(C) $\sqrt{5}$

(D) $\sqrt{6}$

9. 在区间 $[0, 4]$ 内随机取出两个数 x, y ，则 $2 \leq x+y \leq 4$ 的概率是

(A) $\frac{1}{4}$

(B) $\frac{3}{8}$

(C) $\frac{1}{2}$

(D) $\frac{5}{8}$

10. 设 P 是椭圆 $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ 上一点， M, N 分别是圆： $(x+4)^2 + y^2 = 1$ 和 $(x-4)^2 + y^2 = 1$

上的点，则 $|PM| + |PN|$ 的最小值，最大值分别为

(A) 9, 12

(B) 8, 11

(C) 8, 12

(D) 10, 12

11. 已知 p : 关于 x 的方程 $x^2 + mx + 1 = 0$ 有两个不相等的负实根; q : 关于 x 的方程 $4x^2 + 4(m-2)x + 1 = 0$ 无实根. 若 “ p 或 q ” 为真, “ p 且 q ” 为假, 则 m 的取值范围是

- (A) $[1, 2) \cup (3, +\infty)$ (B) $(1, 2] \cup [3, +\infty)$ (C) $[1, 2] \cup [3, +\infty)$ (D) $[1, 2] \cup (3, +\infty)$

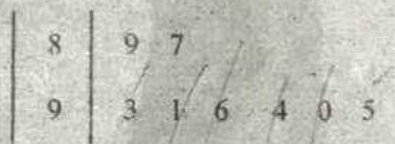
12. 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左焦点为 F , 若双曲线上存在点 P , 使得线段 PF 的中点 Q 仍在双曲线上, 则该双曲线离心率 e 的取值范围是

- (A) $(1, 2]$ (B) $(1, 3]$ (C) $[2, +\infty)$ (D) $[3, +\infty)$

二、填空题 (每小题 4 分, 共 16 分, 请将正确答案填在横线上)

13. 将二进制数 $11011_{(2)}$ 转化为十进制数是 _____.

14. 某校高二 8 个同学参加数学考试的得分如茎叶图所示, 则这组数据的中位数是 _____.



15. 已知双曲线过点 $(4, -\sqrt{3})$, 且渐近线方程为 $y = \pm \frac{1}{2}x$, 则该双曲线的标准方程为 _____.

16. 已知 $F_1(-c, 0), F_2(c, 0)$ 为椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的两个焦点, 若椭圆上存在点 P 满足

$\overline{PF_1} \cdot \overline{PF_2} = 2c^2$, 则椭圆离心率的取值范围是 _____.

三、解答题 (17、18 题每题 8 分, 19~22 每题 10 分, 共 56 分, 解答题应写出文字说明, 证明过程或演算步骤)

17. 袋中有 2 个红球 A 和 B , 3 个白球 a, b 和 c , 摸出一个红球得 5 分, 摸出一个白球得 4 分, 现从中任意摸出 2 个球, 求事件“所得分数大于 8 分”的概率.

8. 已知某种设备的使用年限 x (年) 与所支出的维修费用 y (万元) 的统计资料如下:

x	2	3	4	5	6
y	2.2	3.8	5.5	6.5	7.0

- (1) 求出回归直线方程;
 (2) 若维修费用是12.38万元, 试估计设备的使用年限是多少?

$$\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}, \quad \hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x}$$

9. 在直角坐标系 xOy 中, 曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases} x = 4 - t, \\ y = \sqrt{3}t, \end{cases}$ (t 为参数), 在以 O 为极点, x 轴

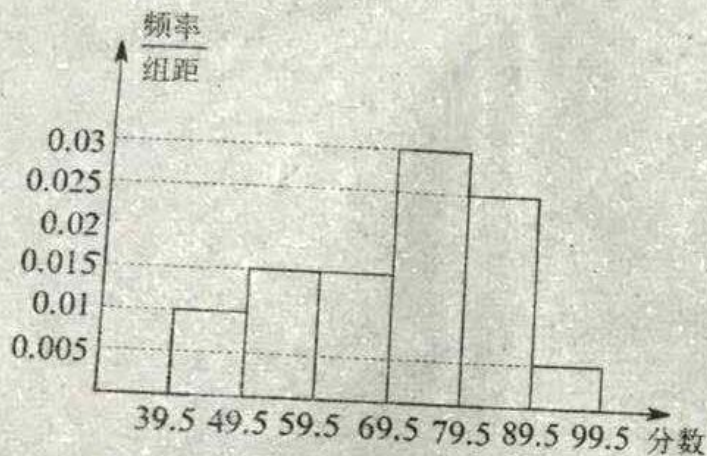
正半轴为极轴的极坐标系中, 曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho = 2 \sin\left(\theta + \frac{5\pi}{6}\right)$.

1) 求曲线 C_1 的普通方程, 曲线 C_2 的直角坐标方程;

2) 若点 P, Q 分别在曲线 C_1, C_2 上, 求 $|PQ|$ 的取值范围.

20. 从参加某次数学考试的学生中抽出 60 名，将其成绩（均为整数）整理后画出的频率分布直方图如下（60 分及以上为及格），请回答下列问题：

- (1) 估计这次数学考试的及格率。
- (2) 根据频率分布直方图给出这次数学考试成绩情况的一个评价。



21. 已知抛物线 $C: x^2 = 2py (p > 0)$ 的焦点到准线的距离为 2.

- (1) 求抛物线 C 的方程；
- (2) 点 $A(-a, a) (a > 0)$ 在抛物线 C 上，是否存在直线 $l: y = kx + 4$ 与抛物线 C 交于点 M, N ，使得 $\triangle MAN$ 是以 MN 为斜边的直角三角形？若存在，求出直线 l 的方程；若不存在，请说明理由。

22. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{3}$, 且过点 $(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{\sqrt{6}}{2})$. 椭圆 C 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 . 过 F_1 的直线交椭圆于 B, D 两点, 过 F_2 的直线交椭圆于 A, C 两点, 且 $AC \perp BD$.

- (1) 求椭圆 C 的标准方程;
- (2) 求四边形 $ABCD$ 面积的最小值.