深圳市高级中学高二年级期末考试

理科数学

2019.07

全卷满分 150 分，时间 120 分钟.

注意事项:

1. 答题前，考生务必将自己的姓名、准考证号、座位号、学校、班级等考生信息填写在答题卡上。

2. 作答选择题时，选出每个小题答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案信息点涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案，写在本试卷上无效。

3. 非选择题必须用黑色字迹签字笔作答，答案必须写在答题卡各题指定的位置上，写在本试卷上无效。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项符合题目要求.

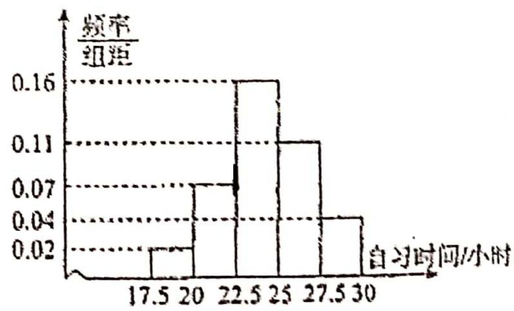
1. 已知集合 $M=\left\{x\left|x^2-2x<0\right.\right\}$，$N=\{-2,-1,0,1,2\}$，则 $M\cap N=$（　　）

A. $\varnothing$　　B. $\{1\}$　　C. $\{0,1\}$　　D. $\{-1,0,1\}$

2. 设 $(2+i)(3-xi)=3+(y+5)i$（i 为虚数单位），其中 x，y 是实数，则 $|x+yi|$ 等于（　　）

A. 5　　B. $\sqrt{13}$　　C. $2\sqrt{2}$　　D. 2

3. 某高校调查了 320 名学生每周的自习时间(单位：小时)，制成了下图所示的频率分布直方图，其中自习时间的范围是 $[17.5,30]$，样本数据分组为 $[17.5,20]$，$(20,22.5]$，$(22.5,25]$，$(25,27.5]$，$(27.5,30]$. 根据频率分布直方图，这 320 名学生中每周的自习时间不足 22.5 小时的人数是（　　）



A. 68　　B. 72　　C. 76　　D. 80

4. 七人并排站成一行，如果甲乙两个必须不相邻，那么不同的排法种数是（　　）

A. 3600 种　　B. 1440 种　　C. 4820 种　　D. 4800 种

5. 正方形 $ABCD$ 中，点 E，F 分别是 DC，BC 的中点，那么 $\overrightarrow{EF}=$（　　）

A. $\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$　　B. $-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}-\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$　　C. $\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}-\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$　　D. $-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$

6. 等比数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，公比为q，若$S_6=9S_3$，$S_5=62$，则$a_1=$（　　）

A. $\sqrt{2}$　　B. 2　　C. $\sqrt{5}$　　D. 3

7. 设双曲线$\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的一条渐近线为$y=2x$，且一个焦点与抛物线$y^2=4x$的焦点相同，则此双曲线的方程为（　　）

A. $\dfrac{5}{4}x^2-5y^2=1$　　B. $5y^2-\dfrac{5}{4}x^2=1$　　C. $5x^2-\dfrac{5}{4}y^2=1$　　D. $\dfrac{5}{4}y^2-5x^2=1$

8. 将函数$y=\sin x$的图象向左平移$\dfrac{\pi}{2}$个单位，得到函数$y=f(x)$的图象，则下列说法正确的是（　　）

A. $y=f(x)$是奇函数；　　B. $y=f(x)$的周期为π；

C. $y=f(x)$的图象关于直线$x=\dfrac{\pi}{2}$对称；　　D. $y=f(x)$的图象关于点$(-\dfrac{\pi}{2}, 0)$对称.

9. 设a，b是两条不同的直线，α，β是两个不同的平面，则$\alpha\parallel\beta$的一个充分条件是（　　）

A. 存在一条直线a，$a\parallel\alpha$，$a\parallel\beta$.

B. 存在一条直线a，$a\subset\alpha$，$a\parallel\beta$.

C. 存在两条平行直线a，b，$a\subset\alpha$，$b\subset\beta$，$a\parallel\beta$，$b\parallel\alpha$.

D. 存在两条异面直线a，b，$a\subset\alpha$，$b\subset\beta$，$a\parallel\beta$，$b\parallel\alpha$.

10. 已知F是抛物线$C:y=2x^2$的焦点，N是x轴上一点，线段FN与抛物线C相交于点M，若$2\overrightarrow{FM}=\overrightarrow{MN}$，则$|FN|=$（

A. $\dfrac{5}{8}$　　B. $\dfrac{1}{2}$　　C. $\dfrac{3}{8}$　　D. 1

11. 关于圆周率π，数学发展史上出现过许多有创意的求法，如著名的普丰实验和查理斯实验．受其启发，我们也可以通过设计下面的实验来估计π的值：先请120名同学每人随机写下一个x,y都小于1的正实数对(x,y)，再统计其中x,y能与1构成钝角三角形三边的数对(x,y)的个数m，最后根据统计个数m估计π的值．如果统计

结果是$m=34$，那么可以估计π的值为（　　）

A. $\dfrac{23}{7}$　　B. $\dfrac{47}{15}$　　C. $\dfrac{17}{15}$　　D. $\dfrac{53}{17}$

12. 已知函数$f(x)=|\ln(\sqrt{x^2+1}-x)|$，设$a=f(\log_3 0.2)$，$b=f(3^{-0.2})$，$c=f(-3^{1.1})$，则（　　）

A. $a>b>c$　　B. $b>a>c$　　C. $c>a>b$　　D. $c>b>a$

二．填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分.

13. 已知$x>\dfrac{5}{4}$，则函数$y=4x+\dfrac{1}{4x-5}$的最小值为________.

14. 在$\triangle ABC$中，$B=\dfrac{\pi}{4}$，$AB=\sqrt{2}$，$BC=3$，则$\sin A=$________.

15. 设$\{a_n\}$是公差不为零的等差数列，S_n为其前n项和．已知S_1,S_2,S_4成等比数列，且$a_3=5$，则数列$\{a_n\}$的通项公式为________.

16. 在三棱锥$A-BCD$中，底面BCD是直角三角形且$BC\perp CD$，斜边BD上的高为1，三棱锥$A-BCD$的外接球的直径是AB，若该外接球的表面积为16π，则三棱锥$A-BCD$体积的最大值为________.

三．解答题：共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第17～21题为必考题，每个试题考生都必须作答。第22、23题为选考题，考生根据要求作答。

（一）必考题：共60分。

17. （本小题满分12分）

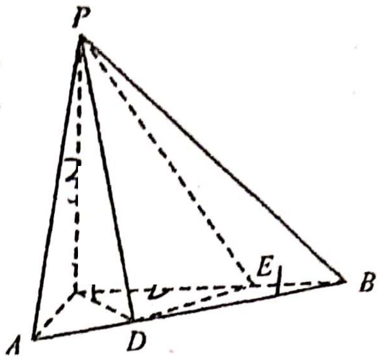
已知$\triangle ABC$的内角A、B、C满足$\dfrac{\sin A-\sin B+\sin C}{\sin C}=\dfrac{\sin B}{\sin A+\sin B-\sin C}$.

（1）求角A；

（2）若$\triangle ABC$的外接圆半径为1，求$\triangle ABC$的面积S的最大值.

18.（本小题满分 12 分）

如图所示，在三棱锥 $P-ABC$ 中，$PC\perp$ 平面 ABC，$PC=3$，$\angle ACB=\frac{\pi}{2}$，D,E 分别为线段 AB,BC 上的点，且 $CD=DE=\sqrt{2}$，$CE=2EB=2$.



（1）证明：$ED\perp$ 平面 PCD；

（2）求二面角 $A-PD-C$ 的余弦值.

19.（本小题满分 12 分）

已知定点 $A(-3,0)$、$B(3,0)$，直线 AM、BM 相交于点 M，且它们的斜率之积为 $-\frac{1}{9}$，记动点 M 的轨迹为曲线 C.

（1）求曲线 C 的方程；

（2）过点 $T(1,0)$ 的直线 l 与曲线 C 交于 P、Q 两点，是否存在定点 $S(x_0,0)$，使得直线 SP 与 SQ 斜率之积为定值，若存在，求出 S 坐标；若不存在，请说明理由.

20.（本小题满分 12 分）

已知函数 $f(x)=2\ln(x-1)-(x-1)^2$.

（1）求函数 $f(x)$ 的单调递增区间；

（2）若关于 x 的方程 $f(x)+x^2-3x-a=0$ 在区间[2，4]内恰有两个相异的实根，求实数 a 的取值范围.

21.（本小题满分 12 分）

某种大型医疗检查机器生产商，对一次性购买 2 台机器的客户，推出两种超过质保期后两年内的延保维修优惠方案：

方案一：交纳延保金 7000 元，在延保的两年内可免费维修 2 次，超过 2 次每次收取维修费 2000 元；

方案二：交纳延保金 10000 元，在延保的两年内可免费维修 4 次，超过 4 次每次收取维修费 1000 元.

某医院准备一次性购买 2 台这种机器。现需决策在购买机器时应购买哪种延保方案，为此搜集并整理了 50 台这种机器超过质保期后延保两年内维修的次数，得下表：

维修次数	0	1	2	3
台数	5	10	20	15

以这 50 台机器维修次数的频率代替 1 台机器维修次数发生的概率.记 X 表示这 2 台机器超过质保期后延保的两年内共需维修的次数.

（1）求 X 的分布列；

（2）以所需延保金及维修费用的期望值为决策依据，医院选择哪种延保方案更合算？

（二）选考题：共10分。请考生在第22、23题中任选一题作答。如果多做，则按所做的第一题计分。

答题时请在答题卷中写清题号并将相应信息点涂黑。

22. （本小题满分 10 分）[选修 4-4：坐标系与参数方程]

在直角坐标系 xOy 中，曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases} x=t \\ y=3-t \end{cases}$（$t$ 为参数）. 在以坐标原点为极点，x 轴正半轴为极轴的极坐标系中，曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho=4\cos\theta$.

（1）写出 C_1 的普通方程和 C_2 的直角坐标方程；

（2）若 C_1 与 C_2 相交于 A、B 两点，求 $\triangle OAB$ 的面积.

23.（本小题满分 10 分）[选修 4-5：不等式选讲]

已知 $f(x)=|x+1|+|ax-a+1|$.

（1）当 $a=1$ 时，求不等式 $f(x)\ge 3$ 的解集；

（2）若 $x\ge 1$ 时，不等式 $f(x)\ge x+2$ 恒成立，求 a 的取值范围.