绝密★启用前

天一大联考
2018—2019 学年高二年级阶段性测试(四)
数学(理科)

考生注意:

1. 答题前,考生务必将自己的姓名、考生号填写在试卷和答题卡上,并将考生号条形码粘贴在答题卡上的指定位置.
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡对应题目的答案标号涂黑.如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号.回答非选择题时,将答案写在答题卡上.写在本试卷上无效.
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回.

一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 在复平面内,复数 $z=(1+\mathrm{i})(2+\mathrm{i})$ 所对应的点位于

A. 第一象限　　B. 第二象限　　C. 第三象限　　D. 第四象限

2. 已知集合 $A=\{x\in\mathbf{N}|0<x<4\}$,$B=\{-1,0,1,2\}$,则集合 $A\cap B$ 的真子集个数为

A. 7　　B. 4　　C. 3　　D. 2

3. 将函数 $f(x)=\sin 2x$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长度后得到函数 $g(x)$ 的图象,则函数 $g(x)$ 的图象的一条对称轴为

A. $x=\frac{\pi}{3}$　　B. $x=\frac{2\pi}{3}$　　C. $x=\frac{5\pi}{12}$　　D. $x=\frac{7\pi}{12}$

4. $(x-2)^{10}$ 的展开式中 x^7 的系数为

A. $-128C_{10}^{3}$　　B. $128C_{10}^{3}$　　C. $-8C_{10}^{7}$　　D. $8C_{10}^{7}$

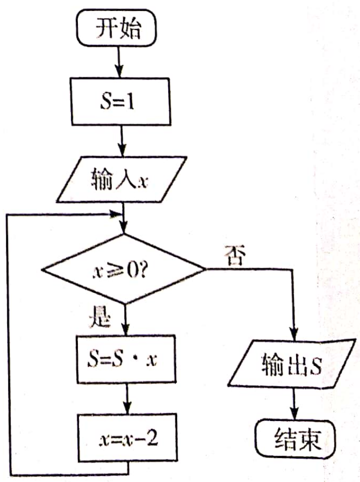
5. 已知双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-y^2=1(a>0)$ 的左、右焦点分别为 F_1,F_2,点 A 是双曲线右支上一点,且 $2|OA|=|F_1F_2|$(O 为坐标原点),则 $|AF_1|\cdot|AF_2|=$

A. 2　　B. 3　　C. 4　　D. 5

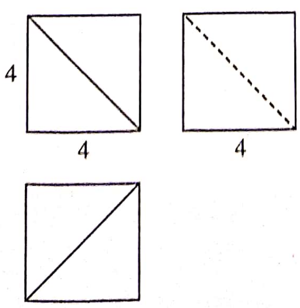
6. 阅读如图所示的程序框图,若输入 $x=7$,则输出 S 的值为

A. -105　　B. 0

C. 35　　D. 105



7. 已知某几何体的三视图如图所示,则该几何体的表面积为



A. $72+8\sqrt{3}$　　B. $48+16\sqrt{3}$　　C. $48\sqrt{3}$　　D. 32

8. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}\log_2 x, x>1,\\ x-1, x\leqslant 1\end{cases}$ 且 $f(a^2-2)>1$，则实数 a 的取值范围为

A. $(-\infty,-2)\cup(2,+\infty)$　　B. $(-2,2)$

C. $(-\infty,-\sqrt{3})\cup(\sqrt{3},+\infty)$　　D. $(1,\sqrt{3})$

9. 已知某圆柱的轴截面 $ABCD$ 为正方形，其中点 A 与点 B 分别位于圆柱的上、下底面，则在该圆柱的侧面展开图中，$\sin\angle ACB=$

A. $\dfrac{\pi}{\sqrt{4+\pi^2}}$　　B. $\dfrac{2}{\sqrt{4+\pi^2}}$　　C. $\dfrac{1}{2}$　　D. $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

10. 在 $\triangle ABC$ 中，$AB=3AC=12$，D 是 AC 的中点，$\overrightarrow{BD}$ 在 $\overrightarrow{AC}$ 方向上的投影为 -4，则向量 $\overrightarrow{BA}$ 与 $\overrightarrow{AC}$ 的夹角为

A. 45°　　B. 60°　　C. 120°　　D. 150°

11. 已知 $\triangle ABC$ 是等边三角形，点 $B_1,B_2,B_3,\cdots,B_{13}$ 依次是边 BC 上的 14 等分点，过 $B_i(i=1,2,\cdots,13)$ 作边 BC 的垂线，交边 AB 或边 AC 于 A_i，记 $a_i=A_iB_i$. 若 $\sum\limits_{i=1}^{13}a_i=21$，则 $BC=$

A. 2　　B. $2\sqrt{3}$　　C. $\dfrac{7\sqrt{3}}{2}$　　D. $4\sqrt{3}$

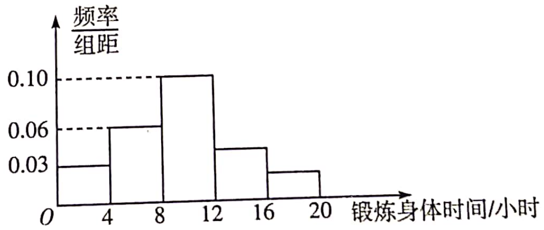
12. 已知函数 $f(x)=|\ln x|-\dfrac{x}{e}-a$ 有三个零点，则实数 a 的取值范围为

A. $(0,e)$　　B. $\left[-\dfrac{1}{e},1\right)$　　C. $\left(-\infty,-\dfrac{1}{e}\right)$　　D. $\left(-\dfrac{1}{e},0\right)$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. 已知 x,y 满足约束条件 $\begin{cases}x+y\leqslant 4,\\ x\geqslant 1,\\ y\geqslant 2,\end{cases}$ 则 $z=2x+y$ 的最大值为__________.

14. 某机构调查了 200 名老年人平均每周锻炼身体的时间（单位：小时），制成了如图所示的频率分布直方图. 根据直方图可知，这 200 名老年人中平均每周锻炼身体的时间不少于 8 小时的人数为__________.



15. 已知数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n=nq^{n-1}$，$q>0$，$n\in\mathbf{N}^*$，其前三项和为 17. 设 $b_n=\log_q a_{n+1}-\log_q a_n$，则数列 $\{b_n\}$ 前 1 023 项的和为__________.

16. 已知抛物线 $C:y^2=2px(p>0)$ 的焦点为 F，过 F 的直线 l 交抛物线 C 于点 A,B，分别过点 A,B 作准线的垂线，垂足分别为 D,E. 若 $\overrightarrow{BF}=2\overrightarrow{FA}$，四边形 $ADEB$ 的面积为 $12\sqrt{2}$，则 $p=$__________.

三、解答题：共 70 分. 解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤. 第 17～21 题为必考题，每个试题考生都必须作答. 第 22，23 题为选考题，考生根据要求作答.

（一）必考题：共 60 分.

17.（12 分）

已知函数 $f(x)=2\sin x\sin\left(x+\dfrac{\pi}{3}\right)-\dfrac{1}{2}$.

（Ⅰ）求 $f(x)$ 的最小正周期；

（Ⅱ）$\triangle ABC$ 的内角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c，若 $f(A)=1$，$a=3$，$\dfrac{\sin B}{\sin A}=\dfrac{2}{3}$，求 c.

18.(12分)

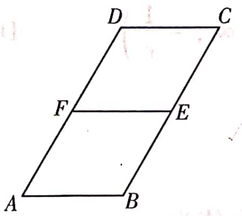
近几年,伴随着人工智能技术的发展,“围棋人机大战”引发了大家的关注. 某棋手与计算机进行一场围棋比赛,比赛采用五局三胜制,且无论比分如何都要下满五局. 假设比赛没有和棋,刚开始棋手每局获胜的概率只有$\frac{1}{4}$,当计算机赢了3局后,由于熟悉了计算机的策略,棋手每局获胜的概率变为$\frac{1}{2}$. 现已知前两局比赛都由计算机获胜.

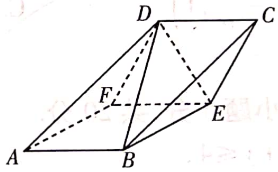
(Ⅰ)求计算机获得最终比赛胜利且比分为3比2的概率;

(Ⅱ)设比赛结束后,棋手获胜的局数为X,求X的分布列和数学期望.

19.(12分)

如下左图,平行四边形$ABCD$中,$\angle A=\frac{\pi}{3}$,$2AB=BC$,E,F分别是BC,AD的中点. 将四边形$DCEF$沿着EF折起,使得平面$ABEF\perp$平面$DCEF$,得到三棱柱$AFD-BEC$,如下右图.





(Ⅰ)证明:$DB\perp EF$;

(Ⅱ)求二面角$A-BD-E$的余弦值.

20.(12分)

已知椭圆$C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的左、右顶点分别为$A_1,A_2$,上、下顶点分别为$B_1,B_2$,四边形$A_1B_1A_2B_2$的周长为$4\sqrt{5}$,面积为4.

(Ⅰ)求椭圆C的方程;

(Ⅱ)过B_1的两条相互垂直的直线l_1,l_2分别交椭圆C于另外两点M,N,若直线MN的斜率的取值范围为$\left(\frac{2}{5},+\infty\right)$,求直线$B_1M$的斜率的取值范围.

21.（12 分）

已知函数 $f(x)=ax^2-\ln x$.

（Ⅰ）若 $a=2$，求函数 $f(x)$ 的极值；

（Ⅱ）对任意的 $x\in[1,e]$，不等式 $f'(x)>\ln x$ 恒成立，其中 $f'(x)$ 是 $f(x)$ 的导函数，求实数 a 的取值范围.

（二）选考题：共 10 分. 请考生在第 22，23 题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题计分.

22.［选修 4－4：坐标系与参数方程］（10 分）

在直角坐标系 xOy 中，以点 $C(1,1)$ 为圆心，以 1 为半径作圆. 以坐标原点为极点，以 x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系.

（Ⅰ）求圆 C 的极坐标方程.

（Ⅱ）证明：直线 $l:\theta=\dfrac{\pi}{3}(\rho\in\mathbf{R})$ 与圆 C 相交. 设相交的弦长为 d，求 d^2.

23.［选修 4－5：不等式选讲］（10 分）

已知函数 $f(x)=|x+2|-|x-2|$.

（Ⅰ）解不等式 $f(x)\geqslant 2$；

（Ⅱ）若正实数 a,b 满足 $a+b=1$，证明：$\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}\geqslant|x+2|-|x-2|$.