

师大二附中 2018-2019 学年第一学期期末测试卷

高二年级 数学 (满分: 150 分)

命题: 樊扬扬

审核: 樊有霞 杜先冬 梁昌弘

卷 I (选择题, 共 60 分)

一、选择题: (本大题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的)

1. 下列命题正确的是 ()

- A. 若两条直线和同一个平面所成的角相等, 则这两条直线平行。
- B. 若一个平面内有三个点到另一个平面的距离相等, 则这两个平面平行。
- C. 若一条直线和两个相交平面都平行, 则这条直线与这两个平面的交线平行。
- D. 若两个平面都垂直于第三个平面, 则这两个平面平行。

2. 命题“若 $\alpha = \frac{\pi}{4}$, 则 $\tan \alpha = 1$ ”的逆否命题是 ()

- A. 若 $\alpha \neq \frac{\pi}{4}$, 则 $\tan \alpha \neq 1$
- B. 若 $\alpha = \frac{\pi}{4}$, 则 $\tan \alpha \neq 1$
- C. 若 $\tan \alpha \neq 1$, 则 $\alpha \neq \frac{\pi}{4}$
- D. 若 $\tan \alpha \neq 1$, 则 $\alpha = \frac{\pi}{4}$

3. 设命题 $p: \forall x \in \mathbb{R}, x^2 + 1 > 0$, 则 $\neg p$ 为 ()

- A. $\exists x_0 \in \mathbb{R}, x_0^2 + 1 > 0$
- B. $\exists x_0 \in \mathbb{R}, x_0^2 + 1 \leq 0$
- C. $\exists x_0 \in \mathbb{R}, x_0^2 + 1 < 0$
- D. $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + 1 \leq 0$

4. 一个球的体积和表面积在数值上相等, 则该球半径的数值为 ()。

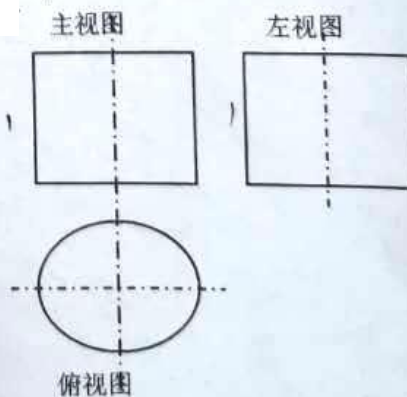
- A. 1
- B. 2
- C. 3
- D. 4

5. 已知两直线 $y = ax - 2$ 和 $y = (a + 2)x + 1$ 互相垂直, 则 a 等于 ()

- A. 2
- B. 1
- C. 0
- D. -1

6. 如图, 一个空间几何体的主视图和左视图都是边长为 1 的正方形, 俯视图是一个圆, 那么这个几何体的侧面积为 ()

- A. $\frac{\pi}{4}$
- B. $\frac{5}{4}\pi$
- C. π
- D. $\frac{3}{2}\pi$



考号: _____ 姓名: _____ 题 答 止 禁 内 线 封 密

7. 在正方体中, M、N 分别为棱 BC 和棱 CC_1 的中点, 则异面直线 AC 和 MN 所成的角为 ()
 A. 30° B. 45° C. 90° D. 60°

8. 以 $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{12} = -1$ 的焦点为顶点, 顶点为焦点的椭圆方程为 ()

A. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{12} = 1$ B. $\frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{16} = 1$ C. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$ D. $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{16} = 1$

9. 点 $P(x, y)$ 是直线 $l: x + y + 3 = 0$ 上的动点, 点 $A(2, 1)$, 则 AP 的长的最小值是 ()

A. $\sqrt{2}$ B. $2\sqrt{2}$ C. $3\sqrt{2}$ D. $4\sqrt{2}$

10. 已知椭圆 $\frac{x^2}{3m^2} + \frac{y^2}{5n^2} = 1$ 和双曲线 $\frac{x^2}{2m^2} - \frac{y^2}{3n^2} = 1$ 有公共的焦点, 那么双曲线的渐近线方程是

()

A. $x = \pm \frac{\sqrt{15}}{2}y$ B. $y = \pm \frac{\sqrt{15}}{2}x$ C. $x = \pm \frac{\sqrt{3}}{4}y$

11. 在长方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, $AA_1 = AD = 2AB$. 若 E, F 分别为线段 A_1D_1 , CC_1 的中点, 则直线 EF 与平面 ADD_1A_1 所成角的正弦值为 ()

A. $\frac{\sqrt{6}}{3}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ D. $\frac{1}{3}$

12. 若直线 $y = kx + 4 + 2k$ 与曲线 $y = \sqrt{4 - x^2}$ 有两个交点, 则 k 的取值范围 ()

A. $[1, +\infty)$ B. $[-1, -\frac{3}{4}]$ C. $(\frac{3}{4}, 1]$ D. $(-\infty, -1]$

卷 II (非选择题, 共 90 分)

二、填空题 (本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分)

13. 在空间直角坐标系中, 已知 $P(2, 2, 5)$ 、 $Q(5, 4, z)$ 两点之间的距离为 7, 则 $z =$ _____.

14. 动点 P 在曲线 $y = 2x^2 + 1$ 上移动, 则点 P 和定点 $A(0, -1)$ 连线的中点的轨迹方程是 _____.

15. 如果对任何实数 k, 直线 $(3+k)x + (1-2k)y + 1 + 5k = 0$ 都过一个定点 A, 那么点 A 的坐标是 _____.

16. 给出四个命题:

① 一个命题的逆命题为真, 它的否命题也一定为真;

②在 $\triangle ABC$ 中，“ $\angle B = 60^\circ$ ”是“ $\angle A, \angle B, \angle C$ 三个角成等差数列”的充要条件；

③ $\begin{cases} x > 1 \\ y > 2 \end{cases}$ 是 $\begin{cases} x + y > 3 \\ xy > 2 \end{cases}$ 的充要条件；

④已知 p, q 是两个命题，则“ $\neg p$ 是真命题”是“ $p \vee q$ 是假命题”的必要不充分条件
其中真命题有_____。(填写相应的序号)

三、解答题(本大题包括6小题,共70分,解答应写出文字说明,证明过程或演算步骤)

17. (10分) 已知直线 l 经过点 $P(-2, 5)$, 且斜率为 $-\frac{3}{4}$.

(1) 求直线 l 的方程;

(2) 求与直线 l 切于点 $(2, 2)$, 圆心在直线 $x + y - 11 = 0$ 上的圆的方程.

18. (12分) 已知关于 x, y 的方程 $C: x^2 + y^2 - 2x - 4y + m = 0$.

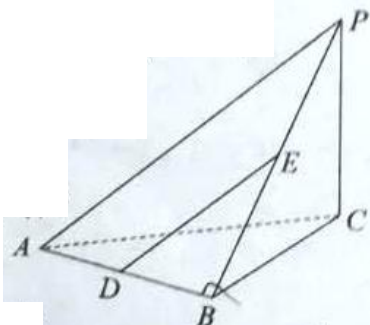
(1) 当 m 为何值时, 方程 C 表示圆.

(2) 若圆 C 与直线 $l: x + 2y - 4 = 0$ 相交于 M, N 两点, 且 $MN = \frac{4}{\sqrt{5}}$, 求 m 的值.

19. (12分) 如图, 在三棱锥 $P-ABC$ 中, $PC \perp$ 底面 ABC , $AB \perp BC$, D, E 分别是 AB, PB 的中点

(1) 求证: $DE \parallel$ 平面 PAC ;

(2) 求证: $AB \perp PB$;

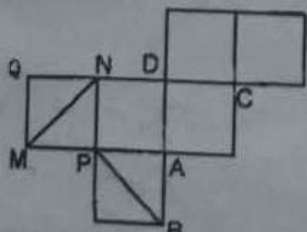


20. (12分) 如图(1)是一正方体的表面展开图, MN和PB是两条面对角线, 请在图(2)的正方体中将MN和PB画出来, 并就这个正方体解决下面问题.

(1) 求证: $MN \parallel$ 平面 PBD ;

(2) 求证: $AQ \perp$ 平面 PBD ;

(3) 求二面角 $P-DB-M$ 的余弦值.



图(1)



图(2)

21. (12分) 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$, 且点 $A(1, -\frac{\sqrt{3}}{2})$ 在椭圆 C 上.

(1) 求椭圆 C 的方程;

(2) 已知不经过 A 点的直线 $l: y = \frac{\sqrt{3}}{2}x + t$ 与椭圆 C 交于 P, Q 两点, P 关于原点对称点为 R

(与点 A 不重合), 直线 AQ, AR 与 y 轴分别交于两点 M, N , 证明: $|AM| = |AN|$

22. (12分) 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 的离心率 $e = \frac{2\sqrt{3}}{3}$, 过 $A(a, 0), B(0, -b)$ 的直线到原点的距离

是 $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

(1) 求双曲线的方程

(2) 已知直线 $y = kx + 5 (k \neq 0)$ 交双曲线于不同的点 C, D 且 C, D 都在以 B 为圆心的圆上,

求 k 的值.

密封线内禁止答题