

## 高二理科数学试卷

考试时间：120 分钟 满分：150 分 命题教师：白波 审题教师：白海

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合  $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ ,  $B = \{x | -1 < x < 2\}$ , 则  $A \cap B =$

- A.  $\{-1, 0\}$       B.  $\{-1, 0, 1, 2\}$       C.  $\{-1, 0, 1\}$       D.  $\{0, 1\}$

2. 某商家今年上半年各月的人均销售额（单位：千元）与利润率统计表如下：

月份	1	2	3	4	5	6
人均销售额	6	5	8	3	4	7
利润率 (%)	12.6	10.4	18.5	3.0	8.1	16.3

根据表中数据，下列说法正确的是

- A. 利润率与人均销售额成正相关关系  
 B. 利润率与人均销售额成负相关关系  
 C. 利润率与人均销售额成正比例函数关系  
 D. 利润率与人均销售额成反比例函数关系

3. 执行右面的程序框图，如果输入  $N = 3$ ，那么输出  $S =$

- A. 6                      B. 9  
 C. 24                     D. 33

4. “ $x > 1$ ”是“ $x > 2$ ”的

- A. 充分且不必要条件                      B. 必要且不充分条件  
 C. 充要条件                                  D. 既不充分也不必要条件

5. 设等差数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ ，且  $a_1 = -2$ ,  $S_4 = a_4$ ，则公差  $d =$

- A. 2                      B. 1                      C. 0                      D. -2

6. 在平面直角坐标系中， $P(-3, 4)$  是角  $\alpha$  的终边上的点，则  $\sin(\alpha + \frac{\pi}{4}) =$

- A.  $\frac{\sqrt{2}}{10}$                       B.  $-\frac{\sqrt{2}}{10}$                       C.  $\frac{7\sqrt{2}}{10}$                       D.  $-\frac{7\sqrt{2}}{10}$

7. 平面直角坐标系  $xOy$  中， $P(\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2})$  是双曲线  $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  渐近线上的点， $F$

是  $C$  的右焦点，若  $\angle FPO = 90^\circ$ ，则双曲线  $C$  的方程是

- A.  $4x^2 - \frac{4}{3}y^2 = 1$       B.  $\frac{4}{3}x^2 - 4y^2 = 1$       C.  $x^2 - \frac{y^2}{3} = 1$       D.  $\frac{x^2}{3} - y^2 = 1$

8. 任意画一个等边三角形（图 1），挖去各边中点为顶点的三角形，保留周围的 3 个三角形（图 2），然后在保留下的这 3 个三角形中各自挖去各边中点为顶点的三角形，保留周围的 3 个三角形（图 3），无限重复这样的操作，制作出来的图形称为谢尔宾斯基三角形（Sierpinski triangle）。它是由 20 世纪波兰数学家谢尔宾斯基（1882-1969）在 1915~1916 年构造的。因其形状类似垫片，因此也称作谢尔宾斯基垫片。若一滴油（视为一个点）随机滴落在图 3 的垫片上，则滴落在阴影三角形内的概率为

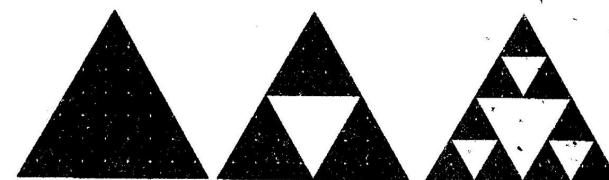


图 1                      图 2                      图 3

- A.  $\frac{3}{4}$                       B.  $\frac{27}{64}$                       C.  $\frac{9}{16}$                       D.  $\frac{7}{16}$

9. 已知  $a = 0.2^{0.2}$ ,  $b = 0.3^{0.3}$ ,  $c = \log_{0.3} 0.2$ ，则

- A.  $a < b < c$                       B.  $c < a < b$                       C.  $c < b < a$                       D.  $b < a < c$

10. 已知正四棱锥  $P-ABCD$  的所有顶点都在球  $O$  的球面上，且  $AB = 2\sqrt{3}$ 。若该正四棱锥的体积为  $12\sqrt{2}$ ，则球  $O$  的表面积为

- A.  $24\pi$                       B.  $32\pi$                       C.  $36\pi$                       D.  $48\pi$

11. 平面直角坐标系  $xOy$  中， $F$  是椭圆  $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  的一个焦点，点  $B(0, b)$ ，直线  $BF$  与  $C$  的另一个交点为  $A$ ，若  $C$  上存在点  $P$  使得  $AOBP$  为平行四边形，则椭圆  $C$  的离心率为

- A.  $\frac{1}{2}$                       B.  $\frac{\sqrt{3}}{3}$                       C.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$                       D.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

12. 已知平面内的定点  $A, B$  之间的距离为  $\frac{3}{2}$ ，该平面内的动点  $M, N$  满足  $\frac{MA}{MB} = \frac{NA}{NB} = 2$ ，则动点  $M$  与  $N$  之间距离的最大值为

- A. 2                      B.  $\sqrt{3}$                       C.  $\frac{3}{2}$                       D.  $\sqrt{2}$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 若  $x, y$  满足约束条件  $\begin{cases} x - y \geq 0, \\ x + y - 2 \leq 0, \\ y \geq 0, \end{cases}$  则  $z = x + 2y$  的最大值为\_\_\_\_\_。

14. 已知命题  $p: \exists x_0 \in \mathbf{R}, 2^{x_0} \leq 0$ ，则  $\neg p$  为\_\_\_\_\_。

15. 已知抛物线  $E: y^2 = 2px (p > 0)$  的焦点为  $F$ ，点  $M$  在抛物线  $E$  上，若点  $M$  的横坐标为 3，且  $|MF| = 4$ ，则  $p =$ \_\_\_\_\_。

16.  $\triangle ABC$  中， $AB = 2BC$ 。则  $\tan A$  的取值范围是\_\_\_\_\_。

三、解答题：本题共 6 小题，共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12 分)

在  $\triangle ABC$  中，已知  $a = \sqrt{6}$ ， $b = 2$ ， $\cos A = -\frac{1}{4}$ 。

- (1) 求  $c$ ；
- (2) 求  $BC$  边上的高。

18. (12 分)

从 2009 年起，每年的 11 月 11 日成为全民购物狂欢节，购物者被戏称为“剁手党”。一“剁手党”在今年“双十一”期间，在网上选了 15 件商品放在购物车中，在准备提交订单时，发现所选商品的单价分布如下：

单价区间	[100,150)	[150,200)	[500,550)	[550,600)
频数	4	2	5	4

单价不超过 200 元的称为“一类商品”，其余的称为“二类商品”。

- (1) 若从选入购物车的商品中随机抽出 1 件，求抽到“二类商品”的概率；
- (2) 估计选入购物车的商品的平均单价（同一组中的数据以这组数据所在区间中点的值作代表）；
- (3) 考虑到个人经济承受能力，该“剁手党”决定从购物车中按一、二类商品为标准分层抽样，抽出 5 件商品，再从这 5 件中随机抽出 3 件提交订单，求订单总金额超过 1000 元的概率。

19. (12 分)

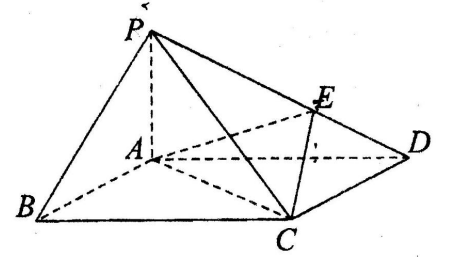
已知等差数列  $\{a_n\}$  和等比数列  $\{b_n\}$  满足： $a_1 = b_1 = 1$ ， $a_2 = b_2$ ， $a_4 = b_3$ 。

- (1) 分别求出数列  $\{a_n\}$  和  $\{b_n\}$  的通项公式；
- (2) 当数列  $\{a_n\}$  的公差  $d \neq 0$  时，求数列  $\{a_n + b_n\}$  的前  $n$  项和  $T_n$ 。

20. (12 分)

如图，四棱锥  $P-ABCD$  的底面为矩形， $PA \perp$  平面  $ABCD$ ， $E$  是线段  $PD$  上的动点，且  $\overline{PE} = \lambda \overline{PD}$  ( $0 \leq \lambda \leq 1$ )。

- (1) 当  $\lambda$  为何值时，能使  $PB \parallel$  平面  $EAC$ ？并说明理由；
- (2) 若  $AB = AD = 2PA$ ，当  $\lambda = \frac{2}{3}$  时，求  $PC$  与平面  $EAC$  所成角的正弦值。



21. (12 分)

已知  $P$  为椭圆  $C: \frac{x^2}{2} + y^2 = 1$  上的任意一点， $F_1, F_2$  是椭圆  $C$  的左、右焦点。

- (1) 求  $\overline{F_1P} \cdot \overline{F_2P}$  的最大值；
- (2) 已知  $A, B$  两点在椭圆  $C$  上， $O$  为坐标原点，且直线  $OA, OB$  的斜率互为倒数。设经过  $A, B$  两点的直线方程为  $y = kx + m$ ，证明点  $M(m, k)$  在椭圆  $C$  上。

22. (10 分)

在极坐标系下，已知曲线  $C_1: \rho = 2\sqrt{2} \sin(\theta + \frac{\pi}{4})$ ，以极点  $O$  为坐标原点，极轴为  $x$  轴的正半轴建立平面直角坐标系  $xOy$ ，直线  $l$  经过点  $P(1, 0)$  且倾斜角为  $\frac{\pi}{3}$ 。

- (1) 求曲线  $C_1$  普通方程及直线  $l$  的参数方程；
- (2) 若直线  $l$  与曲线  $C_1$  相交于  $A, B$  两点，求  $\frac{1}{|PA|} + \frac{1}{|PB|}$  的值。