

红河州 2019 年中小学教学质量监测

高二文科数学 试题卷

本试卷分第 I 卷（选择题）和第 II 卷（非选择题）两部分。考试结束后，将答题卡交回。满分 150 分，考试用时 120 分钟。

注意事项：

1. 答题前，考生务必用黑色碳素笔将自己的姓名、学校、班级、考场号、座位号在答题卡上填写清楚，并将条形码准确粘贴在条形码区域内。

2. 第 I 卷每小题选出答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦擦干净后，再选涂其它答案标号。答在试卷上的答案无效。

第 I 卷（选择题 共 60 分）

一、选择题：本大题共 12 个小题，每小题 5 分，共 60 分。在每个小题给出的四个选项中，只有一项符合题目要求。

1. 已知集合 $A = \{x | x^2 - 1 \geq 0\}$ ， $B = \{x | x \geq 2\}$ ，则 $A \cap B =$

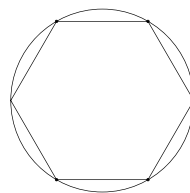
- A. $[2, +\infty)$ B. $[1, +\infty)$ C. $[-1, 2)$ D. $[-1, +\infty)$

2. 已知复数 z 满足： $(2-i) \cdot z = 1$ ，则 $\left|z - \frac{2}{5}\right| =$

- A. $\frac{1}{25}$ B. $\frac{1}{5}$ C. $\frac{\sqrt{5}}{5}$ D. $\frac{2}{5}$

3. 刘徽是我国魏晋时期杰出的数学家，他采用了以直代曲、无限趋近、内夹外逼的思想，创立了割圆术，即从半径为 1 尺的圆内接正六边形开始计算面积。下图是一个圆内接正六边形，若向圆内随机投掷一点，则该点落在正六边形内的概率为

- A. $\frac{3}{\pi}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{\pi}$
C. $\frac{\sqrt{3}}{2\pi}$ D. $\frac{3\sqrt{3}}{2\pi}$



第 3 题图

4. 1 元 = 100 分 = 10 × 10 分 = 0.1 × 0.1 元 = 0.01 元，上式错误的是

- A. 1 元 = 100 分 B. 100 分 = 10 × 10 分
C. 10 × 10 分 = 0.1 × 0.1 元 D. 0.1 × 0.1 元 = 0.01 元

5. 设等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 公比 $q = -2$, 则 $\frac{S_2}{a_2} =$

- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $-\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{2}$

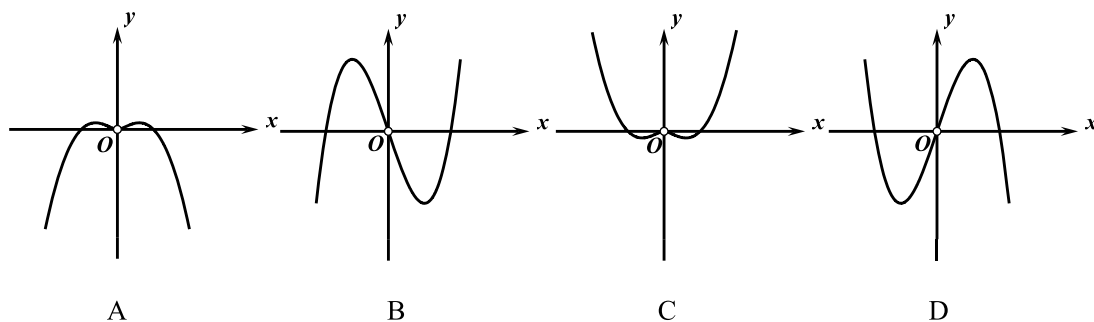
6. 已知曲线 $y = x^3 + ax$ 在 $x = 1$ 处的切线与直线 $y = 4x + 3$ 平行, 则 a 的值为

- A. -3 B. -1 C. 1 D. 3

7. 已知 m, n 是两条不同的直线, α, β 是两个不同的平面, 则下列命题正确的是

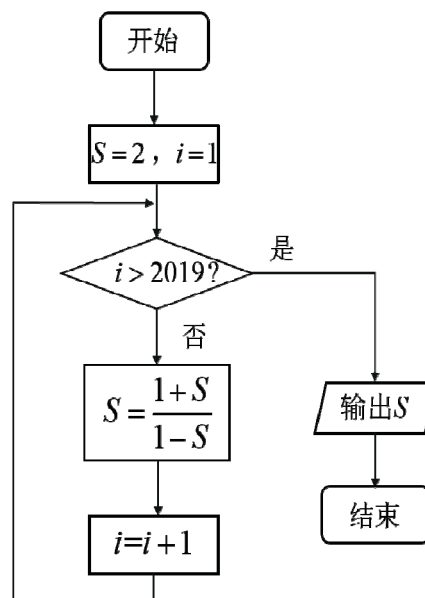
- A. 若 m, n 没有公共点, 则 $m // n$ B. 若 $m \subset \alpha, n \subset \beta, \alpha // \beta$, 则 $m // n$
 C. 若 $m \subset \alpha, m // n$, 则 $n // \alpha$ D. 若 $m \perp \alpha, n // \alpha$, 则 $m \perp n$

8. 函数 $y = x^2 \cdot \ln|x|$ 的图象大致为



9. 执行如图所示的程序框图, 则输出 S 的值为

- A. $\frac{1}{3}$
 B. 2
 C. -3
 D. $-\frac{1}{2}$



第 9 题图

10. 若点 M 为圆 $C: (x-2)^2 + y^2 = 1$ 上的动点, 则点 M 到双曲线 $x^2 - \frac{y^2}{3} = 1$ 渐近线的距离的最小值为

- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\sqrt{3}-1$ C. $\sqrt{3}$ D. $\sqrt{3}+1$

11. 已知实数 x, y 满足 $\begin{cases} 2x+y-2 \geq 0 \\ x-2y+4 \geq 0 \\ x-y-1 \leq 0 \end{cases}$, 则 $x^2 + y^2$ 的最小值为

- A. $\frac{1}{5}$ B. $\frac{4}{5}$ C. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ D. 1

12. 已知函数 $f(x) = \frac{a^x - 1}{a^x + 1} + \ln \frac{2019 + x}{2019 - x} - 1$, 若定义在 R 上的奇函数 $g(x)$ 满足

$$g(1-x) = g(1+x), \text{ 且 } g(1) = f(\log_2 25) + f\left(\log_{\sqrt{2}} \frac{1}{5}\right), \text{ 则 } g(2019) =$$

- A. 2 B. 0 C. -1 D. -2

第 II 卷 (非选择题 共 90 分)

二、填空题: 本大题共 4 个小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 已知平面向量 $\vec{a} = \left(\frac{3}{2}, 2\right)$, $\vec{b} = (2x-1, 4)$, 若 $\vec{a} // \vec{b}$, 则 $|\vec{b}| =$ _____.

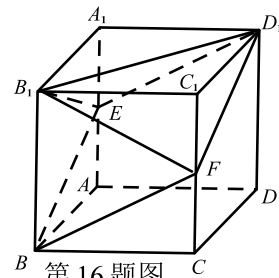
14. 正项等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 已知 $a_1 = 1$, $a_3 + a_7 - a_5^2 + 15 = 0$ 且 $S_n = 3$, 则 $n =$ _____.

15. 已知 F_1, F_2 为椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右焦点, 且点 P 在椭圆 C 上,

若满足 $\overrightarrow{PF_1} \cdot \overrightarrow{PF_2} = 0$ 的点 P 有两个, 则椭圆 C 的离心率为 _____.

16. 如图, 已知正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 2, E, F 分

别为棱 AA_1, CC_1 的中点, 则四棱锥 $B_1 - EBF D_1$ 的体积为 _____.



第 16 题图

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题，每个试题考生必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

(一) 必考题：共 60 分。

17. (12 分)

随着西部大开发的深入，西南地区的大学越来越受到广大考生的青睐。下表是西南地区某大学近五年的录取平均分与省一本线对比表：

年份	2014	2015	2016	2017	2018
年份代码 t	1	2	3	4	5
省一本线	505	500	525	500	530
录取平均分	533	534	566	547	580
录取平均分与省一本线分差 y	28	34	41	47	50

(1) 根据上表数据可知， y 与 t 之间存在线性相关关系，求 y 关于 t 的线性回归方程；

(2) 假设 2019 年该省一本线为 520 分，利用 (1) 中求出的回归方程预测 2019 年该大学录取平均分。

$$\text{参考公式: } \hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n (t_i - \bar{t}) \cdot (y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (t_i - \bar{t})^2}, \quad \hat{a} = \bar{y} - \hat{b} \cdot \bar{t}$$

18. (12分)

在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别是 a, b, c 且

$$\sin^2 B - \sin^2 A = \sin C \cdot (\sin B - \sin C).$$

(1) 求角 A ;

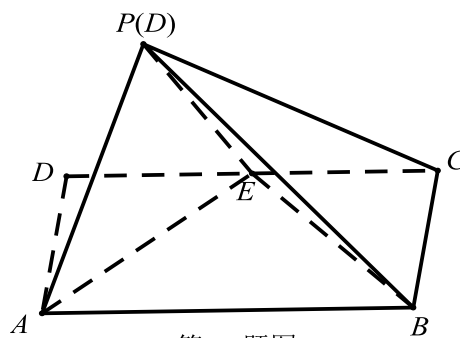
(2) 若 $\triangle ABC$ 为钝角三角形, 且 $b > c$, 当 $a = 2\sqrt{3}$ 时, 求 $b - c$ 的取值范围.

19. (12分)

如图, 在矩形 $ABCD$ 中, $AB = 2BC$, E 为 CD 的中点, 将 $\triangle ADE$ 沿 AE 折起到 $\triangle PAE$ 的位置, 使得平面 $PAE \perp$ 平面 $ABCE$.

(1) 证明: $BE \perp$ 平面 PAE ;

(2) 若四棱锥 $P - ABCE$ 的体积为 $2\sqrt{2}$, 求线段 PB 的长.



第19题图

20. (12分)

已知函数 $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - a \ln x$ ($a \in R$).

(1) 讨论 $f(x)$ 的单调性;

(2) 若存在实数 $x_0 \in [1, e]$, 使得 $f(x_0) < 0$, 求正实数 a 的取值范围.

21. (12分)

设抛物线 $C: y^2 = 2px$ ($p > 0$) 的焦点为 F , 过点 F 作垂直于 x 轴的直线与抛物线交于 A, B 两点, 且以线段 AB 为直径的圆过点 $M(-1, 0)$.

(1) 求抛物线 C 的方程;

(2) 若直线 $l: x - \sqrt{3}y - 1 = 0$ 与抛物线 C 交于 R, S 两点, 点 N 为曲线 $E:$

$y = -\frac{\sqrt{3}}{x}$ ($-2 \leq x \leq -1$) 上的动点, 求 $\triangle NRS$ 面积的最小值.

选考题：

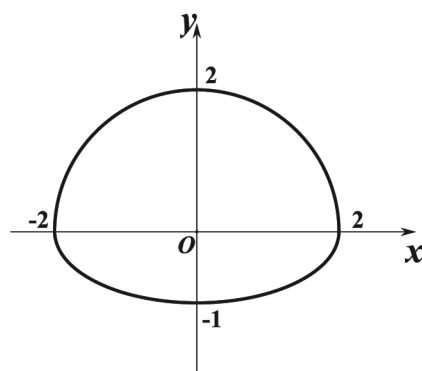
请考生在第 22、23 两道题中任选一题作答。如果多做，则按所做的第一题计分。

22. [选修 4-4：极坐标与参数方程] (10 分)

如图所示，在直角坐标系 xOy 中，曲线 C 由以原点为圆心，半径为 2 的半圆和中心在原点，焦点在 x 轴上的半椭圆构成。以坐标原点 O 为极点， x 轴正半轴为极轴建立极坐标系。

(1) 写出曲线 C 的极坐标方程；

(2) 已知射线 $\theta = \frac{7\pi}{6}$ ($\rho \geq 0$) 与曲线 C 交于点 M ，点 N 为曲线 C 上的动点，求 $\triangle MON$ 面积的最大值。



第 22 题图

23. [选修 4-5: 不等式选讲] (10 分)

已知 $\forall x \in \mathbf{R}$, 使不等式 $|x-1| + |x-2| \geq t$ 成立.

(1) 求满足条件的实数 t 的集合 T ;

(2) $\exists t \in T$, 使不等式 $e^m + e^n \leq t$ 成立, 求 $m+n$ 的最大值.