福外高级中学18-19学年第二学期期末考试（高二）

文科数学

全卷满分 150 分，时间 120 分钟.

注意事项：

1．答题前，考生务必将自己的姓名、准考证号、座位号、学校、班级等考生信息填写在答题卡上。

2．作答选择题时，选出每个小题答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案信息点涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案，写在本试卷上无效。

3．非选择题必须用黑色字迹签字笔作答，答案必须写在答题卡各题指定的位置上，写在本试卷上无效。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项符合题目要求.

1．已知集合 $M=\left\{x\left|x^2-2x<0\right.\right\}$，$N=\{-2,-1,0,1,2\}$，则 $M\cap N=$（　　）

A．$\varnothing$　　B．$\{1\}$　　C．$\{0,1\}$　　D．$\{-1,0,1\}$

2．设 $6+x+(3-2x)i=3+(y+5)i$（i 为虚数单位），其中 x，y 是实数，

则 $|x+yi|$ 等于（　　）

A．5　　B．$\sqrt{13}$　　C．$2\sqrt{2}$　　D．2

3．平面向量 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角为 $\dfrac{\pi}{3}$，$\vec{a}=(2,0)$，$|\vec{b}|=1$，则 $|\vec{a}-2\vec{b}|=$（　　）

A．$2\sqrt{3}$　　B．$\sqrt{6}$　　C．0　　D．2

4．不透明的箱子中有形状、大小都相同的 5 个球，其中 2 个白球，3 个黄球。现从该箱子中随机摸出 2 个球，则这 2 个球颜色不同的概率为（

A．$\dfrac{3}{10}$　　B．$\dfrac{2}{5}$　　C．$\dfrac{3}{5}$　　D．$\dfrac{7}{10}$

5．若抛物线 $y^2=4x$ 上的点 M 到焦点的距离为10，则 M 点到 y 轴的距离是　　　）

A．6　　B．8　　C．9　　D．10

6. 已知函数 $f(x)=\cos(2\omega x+\varphi)(\omega>0,|\varphi|<\dfrac{\pi}{2})$ 的最小正周期为 π，将其图象向右平移 $\dfrac{\pi}{6}$ 个单位后得函数 $g(x)=\cos 2x$ 的图象，则 φ 的值为（

A. $\dfrac{\pi}{3}$　　B. $\dfrac{\pi}{6}$　　C. $-\dfrac{\pi}{3}$　　D. $-\dfrac{\pi}{6}$

7. 等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，公比为 q，若 $S_6=9S_3$，$S_5=62$，则 $a_1=$（ C ）　B

A. $\sqrt{2}$　　B. 2　　C. $\sqrt{5}$　　D. 3

8. 函数 $f(x)=(x+a)e^x$ 的图象在 $x=1$ 和 $x=-1$ 处的切线相互垂直，则 $a=$（

A. -1　　B. 0　　C. 1　　D. 2

9. 在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，$AB=2$，$BC=1$，$AA_1=1$，E，F 分别为棱 A_1B_1，C_1D_1 的中点，则异面直线 AF 与 BE 所成角的余弦值为（

A. 0　　B. $\dfrac{\sqrt{5}}{5}$　　C. $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　　D. $\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$

10. 双曲线 $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1\,(a>0,b>0)$ 的离心率为2，则该双曲线的渐近线与圆 $(x-2)^2+y^2=3$ 的公共点的个数为（

A. 1　　B. 2　　C. 4　　D. 0

11. 关于圆周率 π，数学发展史上出现过许多有创意的求法，如著名的普丰实验和查理斯实验．受其启发，我们也可以通过设计下面的实验来估计 π 的值：先请 120 名同学每人随机写下一个 x,y 都小于 1 的正实数对 (x,y)，再统计其中 x,y 能与 1 构成钝角三角形三边的数对 (x,y) 的个数 m，最后根据统计个数 m 估计 π 的值．如果统计结果是 $m=34$，那么可以估计 π 的值为（

A. $\dfrac{23}{7}$　　B. $\dfrac{47}{15}$　　C. $\dfrac{17}{15}$　　D. $\dfrac{53}{17}$

12. 已知函数 $f(x)=|\ln(\sqrt{x^2+1}-x)|$，设 $a=f(\log_3 0.2)$，$b=f(3^{-0.2})$，$c=f(-3^{1.1})$，则（

A. $a>b>c$　　B. $b>a>c$　　C. $c>b>a$　　D. $c>a>b$

二. 填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分.

13. 已知 $x>\frac{5}{4}$，则函数 $y=4x+\frac{1}{4x-5}$ 的最小值为________.

14. 设函数 $f(x)=\begin{cases} x^2+3x & (x\geq 0) \\ f(x+2) & (x<0) \end{cases}$，则 $f(-3)=$________

15. 等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，若 $a_4+a_5=25$，$S_6=57$，则 $\{a_n\}$ 的公差为______

16. 已知球的直径 $DC=4$，A、B 是该球面上的两点，$\angle ADC=\angle BDC=\frac{\pi}{6}$，则三棱锥 $A-BCD$ 的体积最大值是________.

三. 解答题：共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第17～21题为必考题，每个试题考生都必须作答。第22、23题为选考题，考生根据要求作答。

（一）必考题：共60分。

17. （本小题满分 12 分）

在 $\triangle ABC$ 中，角 A　B，C 所对的边分别为 a，b，c，满足 $\frac{a-b+c}{c}=\frac{b}{a+b-c}$.

（1）求角 A；

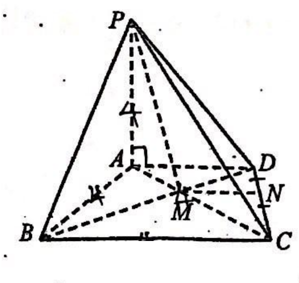
（2）若 $\triangle ABC$ 的外接圆半径为 1，求 $\triangle ABC$ 的面积 S 的最大值.

18.（本小题满分 12 分）

在四棱锥 $P-ABCD$ 中，$PA\perp$ 平面 $ABCD$，$\triangle ABC$ 是正三角形，AC 与 BD 的交点为 M，又 $PA=AB=4$，$AD=CD$，点 N 是 CD 中点.

（1）求证：$MN //$ 平面 PAD；

（2）求点 M 到平面 PBC 的距离.



19.（本小题满分 12 分）

某品牌汽车 4S 店，对该品牌旗下的 A 型、B 型、C 型汽车进行维修保养，汽车 4S 店记录了 100 辆该品牌三种类型汽车的维修情况，整理得下表：

车型	A 型	B 型	C 型
频数	20	40	40

假设该店采用分层抽样的方法从上述维修的 100 辆该品牌三种类型汽车中随机取 10 辆进行问卷回访．

（1）求 A 型、B 型、C 型各车型汽车抽取的数目；

（2）维修结束后这 100 辆汽车的司机采用“100 分制”打分的方式表示对 4S 店的满意度，按照大于等于 80 为优秀，小于 80 为合格，得到如下列联表：

	优秀	合格	合计
男司机	10	38	48
女司机	25	27	52
合计	35	65	100

问能否在犯错误概率不超过 0.01 的前提下认为司机对 4S 店满意度与性别有关系？请说明原因．

（参考公式：$K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$）

附表：

$P(K^2\geq k)$	0．100	0．050	0．010	0．001
k	2．706	3．841	6．635	10．828

20.（本小题满分 12 分）

已知函数 $f(x)=\frac{\ln x}{x}$．

（1）求 $f(x)$ 的最大值；

（2）设实数 $a>0$，求函数 $F(x)=af(x)$ 在 $[a,2a]$ 上的最小值．

21.（本小题满分 12 分）

已知椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的左顶点为 A，右焦点为 $F_2(2,0)$，点 $B(2,-\sqrt{2})$ 在椭圆 C 上．

（1）求椭圆 C 的方程；

（2）直线 $y=kx(k\neq0)$ 与椭圆 C 交于 E,F 两点，直线 AE,AF 分别与 y 轴交于 M,N．当 k 变化时，在 x 轴上是否存在点 P，使得 $\angle MPN$ 为直角。若存在，求出点 P 的坐标；若不存在，请说明理由．

（二）选考题：共10分。请考生在第22、23题中任选一题作答。如果多做，则按所做的第一题计分。答题时请在答题卷中写清题号并将相应信息点涂黑。

22.（本小题满分 10 分）[选修 4-4：坐标系与参数方程]

在直角坐标系 xOy 中，曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases}x=t\\y=3-t\end{cases}$（$t$ 为参数）．在以坐标原点为极点，x 轴正半轴为极轴的极坐标系中，曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho=4\cos\theta$．

（1）写出 C_1 的普通方程和 C_2 的直角坐标方程；

（2）若 C_1 与 C_2 相交于 A、B 两点，求 $\triangle OAB$ 的面积．

23.（本小题满分 10 分）[选修 4-5：不等式选讲]

已知 $f(x)=|x+1|+|ax-a+1|$.

（1）当 $a=1$ 时，求不等式 $f(x)\geq 3$ 的解集；

（2）若 $x\geq 1$ 时，不等式 $f(x)\geq x+2$ 恒成立，求 a 的取值范围.