

注意事项:

1. 答题前, 考生务必将自己的姓名、准考证号写在答题卡和该试题卷的封面上, 并认真核对条形码上的姓名、准考证号和科目。
2. 考生作答时, 选择题和非选择题均须做在答题卡上, 在本试题卷上答题无效。考生在答题卡上按答题卡中注意事项的要求答题。
3. 考试结束后, 将本试题卷和答题卡一并交回。
4. 本试题卷共 4 页, 如缺页, 考生须声明, 否则后果自负。

怀化市中小学课程改革教育质量监测试卷

2019 年上期期末考试 高二文科数学

本试卷分第 I 卷 (选择题) 和第 II 卷 (非选择题) 两部分, 共 150 分。时量: 120 分钟。

第 I 卷 (选择题 共 60 分)

一、选择题: 本大题共 12 小题, 每小题 5 分, 共计 60 分, 在每小题给出的四个选项中, 只有一项符合题目要求, 请把正确答案的代号填涂在答题卡上。

1. 已知 i 是虚数单位, 则复数 $\frac{1+2i}{2-i}$ 等于
A. i B. $-i$ C. $5i$ D. $\frac{4}{5}+i$
2. 设集合 $A = \{x | x > 0\}$, $B = \{x | x^2 - 5x - 14 < 0\}$, 则 $A \cap B$ 等于
A. $\{x | 0 < x < 5\}$ B. $\{x | 2 < x < 7\}$ C. $\{x | 2 < x < 5\}$ D. $\{x | 0 < x < 7\}$
3. 设 $\theta \in \mathbb{R}$, 则 “ $\theta = \frac{\pi}{6}$ ” 是 “ $\sin \theta = \frac{1}{2}$ ” 的
A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
4. 已知等比数列 $\{a_n\}$ 中 $a_3 = 3$, 则 $a_1 a_5$ 等于
A. 9 B. 5 C. 6 D. 无法确定
5. 已知向量 $\vec{a} = (1, 2)$, $\vec{b} = (x, -2)$, 且 $\vec{a} \perp \vec{b}$, 则 $|\vec{a} + \vec{b}|$ 等于
A. 5 B. $\sqrt{5}$ C. $4\sqrt{2}$ D. $\sqrt{31}$
6. 椭圆 $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ 上一点 P 到一个焦点的距离为 6, P 到另一个焦点的距离为
A. 5 B. 6 C. 4 D. 10
7. 关于函数 $f(x) = 2\sin x \cos x - 2\sqrt{3} \cos^2 x$, 下列结论中不正确的是
A. $f(x)$ 在区间 $(0, \frac{\pi}{4})$ 上单调递增 B. $f(x)$ 的一个对称中心为 $(\frac{\pi}{6}, -\sqrt{3})$

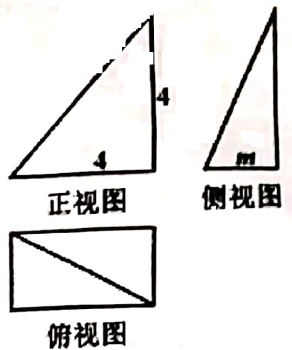
C. $f(x)$ 的最小正周期为 π D. 当 $x \in [0, \frac{\pi}{2}]$ 时, $f(x)$ 的值域为 $[-2\sqrt{3}, 0]$

8. 函数 $y = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 5$ 在 $[-2, 1]$ 上的最大值、最小值分别是

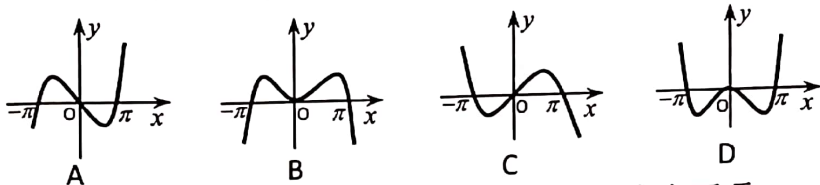
- A. 12; -15 B. 1; -8 C. 5; -16 D. 12; -8

9. 如图的三视图表示的四棱锥的体积为 $\frac{32}{3}$, 则该四棱锥的最长的棱的长度为

- A. $4\sqrt{2}$ B. $2\sqrt{17}$ C. 6 D. $4\sqrt{3}$



10. 函数 $y = (e^x + e^{-x})\sin x$ 的部分图像大致为



11. 设正项等比数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_7 = a_6 + 2a_5$, 若存在两项 a_m, a_n , 使得 $\sqrt{a_m a_n} = 4a_1$, 则 $\frac{1}{m} + \frac{4}{n}$ 的

最小值为

- A. $\frac{5}{3}$ B. $\frac{3}{2}$ C. $\frac{25}{6}$ D. 不存在

12. 已知 O 为坐标原点, 双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 上有 A, B 两点满足 $OA \perp OB$, 且点 O 到直线 AB 的距离为 c , 则双曲线的离心率为

- A. $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$ B. $\sqrt{5}$ C. $\frac{1+\sqrt{3}}{2}$ D. $\sqrt{3}$

第 II 卷 (非选择题 共 90 分)

二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 把答案填在答题卡上的相应横线上.

13. 设 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x - y \geq 0 \\ x + 2y \leq 3 \\ x - 2y \leq 1 \end{cases}$, 则 $z = x + 4y$ 的最大值为 _____.

14. 已知球的体积与其表面积数值相等, 则球的半径等于_____.

15. 曲线 $y = \frac{1}{3}x^3$ 在 $P(2, \frac{8}{3})$ 点处的切线方程为_____.

16. $f(x)$ 满足: 存在 $T \in \mathbb{R}, T \neq 0$, 对定义域内的任意 x , $f(x+T) = f(x) + f(T)$ 恒成立, 则称 $f(x)$ 为 T 函数. 现给出下列函数: ① $y = \frac{1}{x}$; ② $y = e^x$; ③ $y = \ln x$; ④ $y = \sin x$. 其中为 T 函数的序号是_____. (把你认为正确的序号都填上)

三、解答题：本大题共 6 小题，共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (本小题满分 12 分)

设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ，且 $S_4 = 4S_2$ ， $2a_1 + 1 = a_2$ 。

(I) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

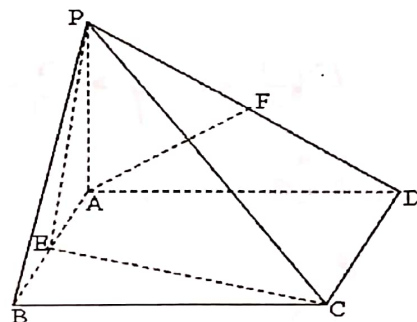
(II) 设数列 $b_n = \frac{1}{a_n a_{n+1}}$ ，求 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n 。

18. (本小题满分 12 分)

如图，四棱锥 $P-ABCD$ 的底面是正方形， $PA \perp$ 平面 $ABCD$ ， $PA = 2$ ， $\angle PDA = 45^\circ$ ，点 E 、 F 分别为棱 AB 、 PD 的中点。

(I) 求证：平面 $PCE \perp$ 平面 PCD ；

(II) 求三棱锥 $C-BEP$ 的体积。



19. (本小题满分 12 分)

某生产企业研发了一种新产品，该新产品在某网店试销一个阶段后得到销售单价 x 和月销售量 y 之间的一组数据，如下表所示：

(I) 根据统计数据，求出 y 关于 x 的回归直线方程，并预测月销售量不低于 12 万件时销售单价的最大值；

销售单价 x (元)	9	9.5	10	10.5	11
月销售量 y (万件)	11	10	8	6	5

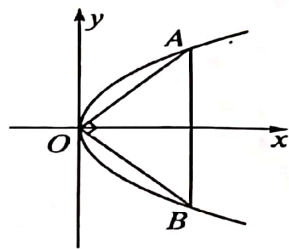
(II) 生产企业与网店约定：若该新产品的月销售量不低于 10 万件，则生产企业奖励网店 1 万元；若月销售量不低于 8 万件且不足 10 万件，则生产企业奖励网店 5000 元；若月销售量低于 8 万件，则没有奖励。现用样本估计总体，从上述 5 个销售单价中任选 2 个销售单价，求抽到的产品含有月销售量不低于 10 万件的概率。

参考公式：对于一组数据 $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$ ，其回归直线 $\hat{y} = \hat{b}x + \hat{a}$ 的斜率和截距的最

小二乘估计分别为 $\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{x}^2}$ ， $\hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x}$ 。参考数据： $\sum_{i=1}^5 x_i y_i = 392$ ， $\sum_{i=1}^5 x_i^2 = 502.5$ 。

20. (本小题满分 12 分)

如图, 已知 $\triangle AOB$ 的一个顶点为抛物线 $y^2 = 2x$ 的顶点 O , A 、 B 两点都在抛物线上, 且 $\angle AOB = 90^\circ$.



(I) 证明直线 AB 必过一定点;

(II) 求 $\triangle AOB$ 面积的最小值.

21. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = \ln x - \frac{1}{4}x + \frac{3}{4x} - 1$.

(I) 求函数 $f(x)$ 的单调区间;

(II) 设 $g(x) = -x^2 + 2bx - 4$, 若对任意 $x_1 \in (0, 2)$, $x_2 \in [1, 2]$, 不等式 $f(x_1) \geq g(x_2)$ 恒成立, 求实数 b 的取值范围.

请考生在第 22, 23 两题中任选一题作答. 注意: 只能做所选定的题目. 如果多做, 则按所做的第一个题目记分.

22. (本小题满分 10 分) 选修 4-4: 坐标系与参数方程

在平面直角坐标系 xOy 中, 曲线 $C_1: \begin{cases} x = 2 \cos \alpha \\ y = \sin \alpha \end{cases}$ (α 为参数), 以坐标原点 O 为极点, x 轴的正半轴为极轴且取相同的单位长度建立极坐标系, 曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho = -2 \sin \theta$.

(I) 求曲线 C_1 的普通方程和曲线 C_2 的普通方程;

(II) 若 P, Q 分别为曲线 C_1, C_2 上的动点, 求 $|PQ|$ 的最大值.

23. (本题满分 10 分) 选修 4-5: 不等式选讲

已知函数 $f(x) = -x^2 + ax + 4$, $g(x) = |x+1| + |x-1|$

(I) 当 $a = 1$ 时, 求不等式 $f(x) \geq g(x)$ 的解集;

(II) 若不等式 $f(x) \geq g(x)$ 的解集包含 $[-1, 1]$, 求 a 的取值范围.