

(在此卷上答题无效)

绝密★启用前

2018 年下学期高二年级期末考试

文科数学

本试卷共 4 页。全卷满分 150 分,考试时间 120 分钟。

注意事项:

1. 答题前,考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。

2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其它答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上,写在本试卷上无效。

3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 命题“若 $x \geq 1$, 则 $2^x - 1 \geq 1$ ”的逆命题为A. 若 $x < 1$, 则 $2^x - 1 \geq 1$ B. 若 $2^x - 1 < 1$, 则 $x < 1$ C. 若 $x \geq 1$, 则 $2^x - 1 < 1$ D. 若 $2^x - 1 \geq 1$, 则 $x \geq 1$ 2. 设函数 $f(x) = ax^3 + 1$, 若 $f'(1) = 3$, 则 a 的值为

A. 0

B. 1

C. 2

D. 4

3. 抛物线 $y^2 = 4x$ 的焦点坐标为

A. (1, 0)

B. (2, 0)

C. $(\frac{1}{2}, 0)$ D. $(0, \frac{1}{8})$ 4. 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, 已知 $a_2 + a_6 = 18$, 则 $a_4 =$

A. 9

B. 8

C. 81

D. 63

5. 已知 a, b, c 分别为 $\triangle ABC$ 内角 A, B, C 的对边, 若 $a = 3, b = 4, C = 60^\circ$, 则 $c =$

A. 5

B. 11

C. $\sqrt{13}$ D. $\sqrt{37}$ 6. 已知 $x > 0$, 则 $\frac{9}{x} + x$ 的最小值为

A. 6

B. 5

C. 4

D. 3

7. 已知 a, b, c 分别为 $\triangle ABC$ 内角 A, B, C 的对边, 若 $\sin A = \frac{1}{4}, a = 10, c = 20$, 则锐角 C 的大小是A. 60° B. 30° C. 75° D. 45°

8. 已知等比数列 $\{a_n\}$ 的公比为 q , $a_4 = 4$, $a_7 = \frac{1}{2}$, 则 $q =$

- A. -2 B. 2 C. $\frac{1}{2}$ D. $-\frac{1}{2}$

9. 已知 $a > b > 0$, $c < d < 0$, 则下列结论一定成立的是

- A. $a + c > b + d$ B. $a - c > b - d$ C. $ac > bd$ D. $cd > ab$

10. 已知直线 l 过点 $(0, -1)$, 椭圆 $C: \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{36} = 1$, 则直线 l 与椭圆 C 的交点个数为

- A. 1 B. 1 或 2 C. 2 D. 0

11. 若不等式 $4x^2 + ax + 4 > 0$ 的解集为 \mathbf{R} , 则实数 a 的取值范围是

- A. $(-16, 0)$ B. $(-16, 0]$ C. $(-\infty, 0)$ D. $(-8, 8)$

12. 已知函数 $f(x) = x - 2\sin x + e^x - \frac{1}{e^x}$, 则满足 $f(x-2) + f(x) > 0$ 的 x 的取值范围是

- A. $(-\infty, -1)$ B. $(-\infty, 1)$ C. $(-1, +\infty)$ D. $(1, +\infty)$

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 在数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 1$, $a_n = \frac{1}{a_{n-1}} + 2$, 则 $a_2 =$ _____.

14. 已知 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x + y + 5 \geq 0 \\ x - y \leq 0 \\ y \leq 0 \end{cases}$, 则 $z = 2x + y$ 的最小值为 _____.

15. 函数 $f(x) = 5x - 2\ln x$ 的单调递减区间是 _____.

16. 已知 F_1, F_2 分别为双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左, 右焦点, P 为双曲线左支上一点, 若

$\frac{|PF_2|^2}{|PF_1|}$ 的最小值为 $8a$, 则该双曲线的离心率的取值范围是 _____.

三、解答题:共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (10 分)

已知集合 $P = \{x | x^2 - 4x + 3 < 0\}$, $Q = \{x | a - 3 < x < a + 3\}$, 若“ $x \in P$ ”是“ $x \in Q$ ”的充分条件, 求实数 a 的取值范围.

18. (12 分)

已知 a, b, c 分别为锐角 $\triangle ABC$ 内角 A, B, C 的对边, $2a \sin B = \sqrt{3}b$.

(1) 求角 A ;

(2) 若 $b = 4$, $\triangle ABC$ 的面积是 $5\sqrt{3}$, 求 a 的值.

19. (12 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 是公差为 1 的等差数列, 其前 8 项的和 $S_8 = 36$.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 求数列 $\{\frac{1}{a_n a_{n+1}}\}$ 的前 n 项和 T_n .

20. (12 分)

已知函数 $f(x) = ax^3 + bx$ 在 $x = 1$ 处有极值 2.

(1) 求 a, b 的值;

(2) 求函数 $f(x)$ 在区间 $[-2, \frac{1}{2}]$ 上的最大值.

21. (12 分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$, P 是 C 上一点, F_1, F_2 是 C 的两个焦点,

且 $|PF_1| + |PF_2| = 4$.

(1) 求椭圆 C 的方程;

(2) 设直线 $y = \sqrt{2}x + n$ 交椭圆 C 于 A, B 两点, O 为坐标原点, 求 $\triangle OAB$ 面积的最大值.

22. (12 分)

设函数 $f(x) = (2x^2 - 4mx)\ln x, m \in \mathbf{R}$.

(1) 当 $m = 0$ 时, 求曲线 $y = f(x)$ 在点 $(e, f(e))$ 处的切线方程;

(2) 若 $\forall x \in [1, +\infty), f(x) + x^2 - m > 0$ 恒成立, 求 m 的取值范围.