数　学（理科）

2019.07.03

注意：本试卷分选择题和非选择题两部分，共150分，考试时间120分钟.

1. 答卷前，考生填、涂好学校、班级、姓名及座位号。
2. 选择题用2B铅笔作答；非选择题必须用黑色签字笔作答，答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应位置上，并将答题卡交回。

第Ⅰ卷（选择题　共60分）

一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，共60分。每小题有且只有一项是符合题目要求的，请将正确答案的编号用铅笔涂在答题卡上。

1. 复平面内，复数 $z=\dfrac{2}{1-\mathrm{i}}$ 对应的点在

A．第一象限　　B．第二象限　　C．第三象限　　D．第四象限

2. 若 $\left(2-x^{3}\right)(x+a)^{5}$ 的展开式的各项系数和为32，则实数 a 的值为

A．-2　　B．2　　C．-1　　D．1

3. 用反证法证明命题"设 a,b 为实数，则方程 $x^2-ax+b=0$ 至多有一个实根"时，则下列假设中正确的是

A．方程 $x^2-ax+b=0$ 没有实根　　B．方程 $x^2-ax+b=0$ 至多有一个实根

C．方程 $x^2-ax+b=0$ 恰好有两个实数根　　D．方程 $x^2-ax+b=0$ 至多有两个实根

4. 已知某产品的销售额 y 与广告费用 x 之间的关系如下表：

x(单位：万元)	0	1	2	3	4
y(单位：万元)	10	15	20	30	35

若求得其线性回归方程为 $\hat{y}=6.5x+\hat{a}$，其中 $\hat{a}=\overline{y}-\hat{b}\overline{x}$，则预计当广告费用为6万元时的销售额是

A．42万元　　B．45万元　　C．48万元　　D．51万元

5. 已知函数 $f(x)=\dfrac{1}{x}$，则曲线 $y=f(x)$ 在 $x=1$ 处的切线的倾斜角为

A．$\dfrac{\pi}{4}$　　B．$\dfrac{3\pi}{4}$　　C．$\dfrac{\pi}{3}$　　D．$\dfrac{2\pi}{3}$

6. 已知某随机变量ξ服从正态分布$N(1,\sigma^2)$，且$P(0<\xi<1)=0.3$，则$P(\xi<2)$

A. 0.8　　B. 0.75　　C. 0.7　　D. 0.6

7. 已知$x=\frac{1}{e}$是函数$f(x)=x(\ln ax+1)$的极值点，则实数a的值为

A. $\frac{1}{e^2}$　　B. $\frac{1}{e}$　　C. 1　　D. e

8. 已知随机变量x的分布列表如下表，且随机变量$y=2x+3$，则y的期望是

x	-1	0	1
P	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	m

A. $\frac{1}{6}$　　B. $\frac{7}{3}$　　C. $-\frac{1}{3}$　　D. 3

9. 某班某天上午有五节课，需安排的科目有语文，数学，英语，物理，化学，其中语文和英语必须连续安排，数学和物理不得连续安排，则不同的排课方法数为

A. 60　　B. 48　　C. 36　　D. 24

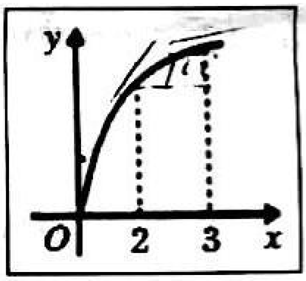
10. 已知函数$f(x)$的图象如图，设$f'(x)$是$f(x)$的导函数，则

A. $f'(2)<f'(3)<f(3)-f(2)$

B. $f'(3)<f'(2)<f(3)-f(2)$

C. $f(3)-f(2)<f'(2)<f'(3)$

D. $f'(3)<f(3)-f(2)<f'(2)$



11 大学生小明与另外3名大学生一起分配到某乡镇甲、乙、丙3个村小学进行支教，若每个村小学至少分配1名大学生，则小明恰好分配到甲村小学的概率为

A. $\frac{1}{12}$　　B. $\frac{1}{6}$　　C. $\frac{1}{3}$　　D. $\frac{1}{2}$

12. 已知函数$f(x)$对$\forall x\in R$有$f(x)+f(-x)=2\cos x$，且$f'(x)+\sin x<0$，若角α满足不等式$f(\pi+\alpha)+f(\alpha)\geq 0$，则$\alpha$的取值范围是

A. $(-\infty,-\frac{\pi}{2}]$　　B. $(-\infty,\pi]$　　C. $[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}]$　　D. $[0,\frac{\pi}{2}]$

第Ⅱ卷（非选择题 共90分）

二、填空题：本大题共4小题，每小题5分，共20分.

13. 定积分 $\int_1^2 \frac{1}{x} d_x$ 的值等于________.

14. 已知 $\cos\frac{\pi}{3}=\frac{1}{2}$，$\cos\frac{\pi}{5}\cos\frac{2\pi}{5}=\frac{1}{4}$，$\cos\frac{\pi}{7}\cos\frac{2\pi}{7}\cos\frac{3\pi}{7}=\frac{1}{8}$，……，根据上述等式的规律，可猜想出一般性的结论是________.

15. 已知 $a\in[0,3]$，若 $(x^2+\frac{a}{x})^6$ 展开式的常数项的值不大于15，则 a 取值范围为________.

16. 若 $2x\ln x>-x^2+ax-3$ 对一切 $x\in(0,+\infty)$ 恒成立，则 a 的取值范围为________

三、解答题：本大题共6小题，共70分．解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.

17.（本小题满分12分）

已知i为虚数单位，m 为实数，复数 $z=(m+\mathrm{i})(1-2\mathrm{i})$.

（Ⅰ）m 为何值时，z 是纯虚数？

（Ⅱ）若 $|z|\le 5$，求 $|z-\mathrm{i}|$ 的取值范围.

18.（本小题满分12分）

已知函数 $f(x)=\ln x+\frac{k}{x}$，$k\in R$.

（Ⅰ）若 $k=2$，求函数 $f(x)$ 的单调区间；

（Ⅱ）若不等式 $f(x)\geqslant 3-\frac{e^2}{x}$ 恒成立，求实数 k 的取值范围.

19.（本小题满分12分）

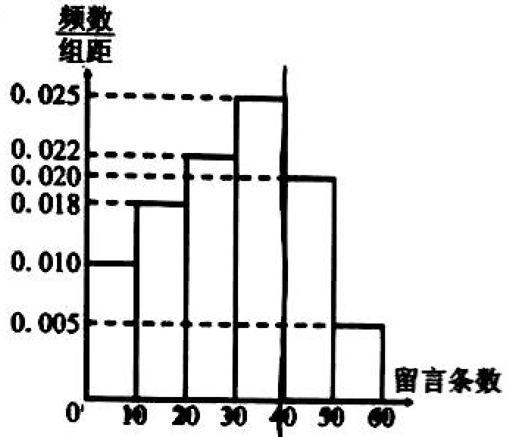
已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，满足 $a_n\ge 1$，且 $4S_n=(a_n+1)^2$，$n\in N^+$

（Ⅰ）求 a_1，a_2，a_3 的值；

（Ⅱ）猜想数列 $\{a_n\}$ 的通项公式，并用数学归纳法予以证明.

20.（本小题满分 12 分）

2019 年 6 月 13 日，三届奥运亚军，羽坛传奇，马来西亚名将李宗伟宣布退役，当天有大量网友关注此事件，某网上论坛从关注此事件跟帖中，随机抽取了 100 名网友进行调查统计，先分别统计他们在跟帖中的留言条数，再把网友人数按留言条数分成 6 组：[0，10)，[10，20)，[20，30)，[30，40)，[40，50)，[50，60]，得到如下图所示的频率分布直方图；并将其中留言不低于 40 条的规定为"强烈关注"，否则为"一般关注"，对这 100 名网友进一步统计，得到部分数据如下的列联表.



（Ⅰ）在答题卡上补全 2×2 列联表中数据，并判断能否有 95% 的把握认为网友对此事件是否为"强烈关注"与性别有关？

	一般关注	强烈关注	合计
男			45
女		10	55
合计			100

（Ⅱ）该论坛欲在上述"强烈关注"的网友中按性别进行分层抽样，共抽取 5 人，并在此 5 人中随机抽取两名接受访谈，记女性访谈者的人数为 ξ，求 ξ 的分布列与数学期望.

参考公式与数据：

$$K^2=\frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$$，其中 $n=a+b+c+d$，

$P(K^2\geq k_0)$	0.150	0.100	0.050	0.025	0.010	0.005
k_0	2.072	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879

21.(本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x)=x^2-ax\ln x$，$g(x)=(1-\frac{a}{e})x$.

（Ⅰ）若函数 $f(x)$ 恰有一个极值点，求实数 a 的取值范围；

（Ⅱ）当 $a\in(-1,0)$，且 $x\in(0,+\infty)$ 时，证明：$\frac{f(x)}{x}\le g(x)<\frac{e^x}{x}$.（常数 e=2.718…，是自然对数的底数）

请考生在第 22、23 题中任选一题作答.注意：只能做所选定的题目，如果多做，则按所做的第一个题目计分，作答时，请用 2B 铅笔在答题卡上，将所选题号对应的方框涂黑.

22.(本小题满分 10 分)选修 4-4：坐标系与参数方程

在平面直角坐标系 xoy 中，直线 l 的参数方程为 $\begin{cases}x=-2-t\\ y=1+t\end{cases}$（$t$ 为参数），曲线 $C_1:y=\sqrt{1-x^2}$.以坐标原点为极点，x 轴正半轴为极轴建立极坐标系，曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho=4\sqrt{2}\sin(\alpha-\frac{\pi}{4})$.

（Ⅰ）若点 $P(x_0,y_0)$ 在曲线 C_1 上，求 $-x_0+y_0$ 的取值范围；

（Ⅱ）设直线 l 与曲线 C_2 交于 M、N 两点，点 Q 的直角坐标为 $(-2,1)$，求 $\left||QM|-|QN|\right|$ 的值.

23.（本小题满分 10 分）选修 4-5：不等式选讲

已知函数 $f(x)=3|x|+|3-x|$.

（Ⅰ）求 $f(x)$ 的最小值；

（Ⅱ）若不等式 $f(x)<5$ 的解集为 M，且 $a,b\in M$，证明：$ab>a+b-1$.