榆林市第二中学2018～2019学年度第一学期期末教学检测

高二数学(理科)试题

注意事项:

1. 本试卷共4页,全卷满分150分,答题时间120分钟;
2. 答卷前,考生须准确填写自己的姓名、准考证号,并认真核准条形码上的姓名、准考证号;
3. 第Ⅰ卷选择题必须使用2B铅笔填涂,第Ⅱ卷非选择题必须使用0.5毫米黑色墨水签字笔书写,涂写要工整、清晰;
4. 考试结束后,监考员将答题卡按顺序收回,装袋整理;试题卷不回收.

第Ⅰ卷(选择题　共60分)

一、选择题(本大题共12小题,每小题5分,共60分,在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.)

1. 命题“$\exists x_0 \in \mathbf{R}, \ln x_0 \leqslant \frac{1}{2}$”的否定是

A. $\forall x \in \mathbf{R}, \ln x > \frac{1}{2}$　　B. $\forall x \in \mathbf{R}, \ln x \leqslant \frac{1}{2}$

C. $\exists x_0 \in \mathbf{R}, \ln x_0 > \frac{1}{2}$　　D. $\exists x_0 \in \mathbf{R}, \ln x_0 \geqslant \frac{1}{2}$

2. 若$\boldsymbol{n}=(1,-2,2)$是平面α的一个法向量,则下列向量能作为平面α法向量的是

A. $(1,-2,0)$　　B. $(0,-2,2)$　　C. $(2,-4,4)$　　D. $(2,4,4)$

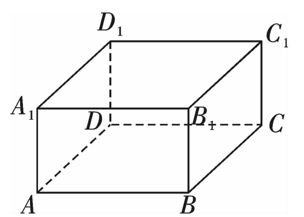
3. 如图,在长方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中,$\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{DD_1}=$

A. $\overrightarrow{D_1B_1}$

B. $\overrightarrow{D_1B}$

C. $\overrightarrow{DB_1}$

D. $\overrightarrow{BD_1}$



(第3题图)

4. 命题“若$A\cap B\neq\varnothing$,则$A\neq\varnothing$或$B\neq\varnothing$”的逆否命题是

A. 若$A\cup B=\varnothing$,则$A=\varnothing$或$B=\varnothing$　　B. 若$A\cap B=\varnothing$,则$A=\varnothing$且$B=\varnothing$

C. 若$A=\varnothing$或$B=\varnothing$,则$A\cap B\neq\varnothing$　　D. 若$A=\varnothing$且$B=\varnothing$,则$A\cap B=\varnothing$

5. 下列对算法的理解不正确的一项是

A. 一个算法应包含有限的步骤,而不能是无限的

B. 算法中的每一步都应当是确定的,而不应当是含糊的,模棱两可的

C. 算法中的每一步都应当有效地执行,并得到确定的结果

D. 一个问题只能设计出一种算法

6. 设双曲线$\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$的左，右焦点分别为$F_1,F_2$，若双曲线左支上一点$P$到$F_1$的距离是$\frac{17}{2}$，则$P$到$F_2$的距离是

A. $\frac{33}{2}$　　B. $\frac{1}{2}$　　C. $\frac{1}{2}$或$\frac{33}{2}$　　D. $\frac{1}{2}$或$\frac{37}{2}$

7. 对于非零向量$\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$，“$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=\boldsymbol{0}$”是“$\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b}$”的

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

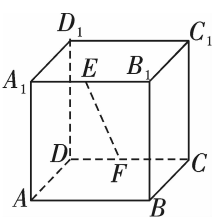
C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

8. 已知$\boldsymbol{i}=(1,0,0)$，$\boldsymbol{j}=(0,1,0)$，$\boldsymbol{k}=(0,0,1)$，且$\boldsymbol{m}=\boldsymbol{i}+2\boldsymbol{j}+3\boldsymbol{k}$，若$\boldsymbol{m}=x(\boldsymbol{i}+\boldsymbol{j})+y(\boldsymbol{j}+\boldsymbol{k})+z(\boldsymbol{k}+\boldsymbol{i})$，则实数$x,y,z$的值分别是

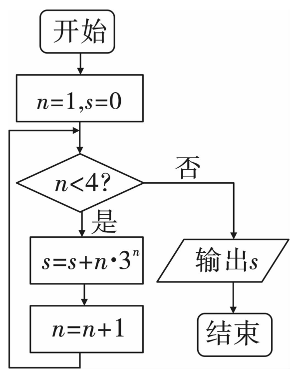
A. 0,1,2　　B. 0,2,1　　C. 2,0,1　　D. 1,2,0

9. 在棱长为1的正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，E、F分别是A_1B_1、CD的中点，则点B到直线EF的距离为

A. $\frac{1}{2}$　　B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$　　D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$



（第9题图）



（第10题图）

10. 阅读如图所示的程序框图，运行相应的程序，则输出s的值是

A. 21　　B. 39　　C. 81　　D. 102

11. 已知变量x与y之间的一组数据如下表所示：

x	2	3	4	5	6
y	3	4	6	10	12

根据上表得到的线性回归方程为$\hat{y}=2.4x+\hat{a}$，据此预测当$x=9$时，y的估计值是

A. 19　　B. 20　　C. 21　　D. 22

12. 已知点$P(-2\sqrt{2},0)$是椭圆$C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的左顶点，过点$P$作圆$O:x^2+y^2=4$的切线，切点为$A,B$，若直线$AB$恰好过椭圆$C$的左焦点$F$，则$a^2+b^2$的值是

A. 12　　B. 13　　C. 14　　D. 15

第Ⅱ卷(非选择题　共90分)

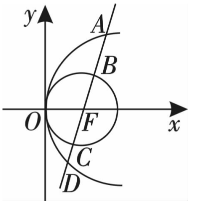
二、填空题(本大题共4小题,每小题5分,共20分)

13. 双曲线 $x^2-\frac{y^2}{4}=1$ 的渐近线方程为____________.

14. 已知向量 $\boldsymbol{a}=(2-x,x+1,1)$, $\boldsymbol{b}=(2,4,k)$,若 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 共线,则 $k=$__________.

15. 若点 B 是点 $A(3,7,-4)$ 在 xOz 平面上的射影,则$\overrightarrow{OB}^2$ 等于____________.

16. 已知 F 是抛物线 $y^2=4x$ 的焦点,过点 F 的直线与抛物线交于不同的两点 A,D,与圆$(x-1)^2+y^2=1$ 交于不同的两点 B,C(如图),则$|AB|\cdot|CD|$的值是____________.



(第16题图)

三、解答题(本大题共6小题,共70分,解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

17. (本小题满分10分)

(Ⅰ)求焦点在 y 轴上,长轴长为6,焦距为4的椭圆的标准方程;

(Ⅱ)求与双曲线$\frac{x^2}{2}-y^2=1$ 有公共焦点,且过点$(\sqrt{2},\sqrt{2})$的双曲线的标准方程.

18. (本小题满分12分)

已知抛物线 $y^2=2px(p>0)$的准线方程是 $x=-\frac{1}{2}$.

(Ⅰ)求抛物线的标准方程;

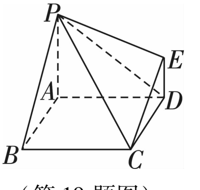
(Ⅱ)设直线 $y=k(x-2)(k\neq0)$与抛物线相交于 M,N 两点,O 为坐标原点,证明:$OM\perp ON$.

19. (本小题满分12分)

如图,$PA\perp$平面 $ABCD$,四边形 $ABCD$ 是正方形,$DE\parallel AP$,$AP=AD=2DE=2$. 请用空间向量的知识解答下列问题:

(Ⅰ)证明:$AB\parallel$平面 DCE;

(Ⅱ)求直线 CP 与平面 DCE 所成角的正弦值.



(第19题图)

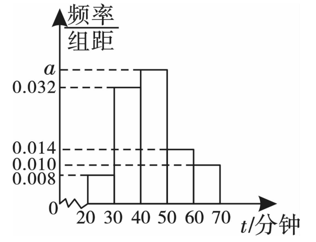
20.(本小题满分 12 分)

联合国教科文组织规定,每年的 4 月 23 日是“世界读书日”. 某校研究性学习小组为了解本校学生的阅读情况,随机调查了本校 400 名学生在这一天的阅读时间 t(单位:分钟),将所得数据分成 5 组:$[20,30)$,$[30,40)$,$[40,50)$,$[50,60)$,$[60,70]$,并整理得到如图所示的频率分布直方图.

(Ⅰ)求图中 a 的值;

(Ⅱ)试估计该校所有学生在这一天的平均阅读时间;

(Ⅲ)若用分层抽样的方法从这 400 名学生中抽取 50 人参加交流会,则在阅读时间为$[40,50)$,$[60,70]$的两组中应分别抽取多少人?



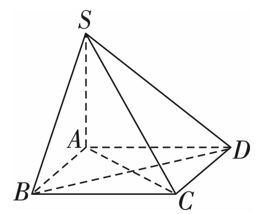
(第 20 题图)

21.(本小题满分 12 分)

如图,在四棱锥 $S-ABCD$ 中,底面 $ABCD$ 是正方形,$SA\perp$平面 $ABCD$.

(Ⅰ)求证:$BD\perp$平面 SAC;

(Ⅱ)设 $AD=1$,当 SA 的值为多少时,二面角 $B-SC-D$ 的大小为 $120°$.



(第 21 题图)

22.(本小题满分 12 分)

已知椭圆 $C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\ (a>b>0)$的左、右焦点分别为 F_1、F_2,点 P 是椭圆 C 上一点,$PF_1\perp PF_2$,$|F_1F_2|=2\sqrt{3}$,$\triangle PF_1F_2$ 的面积为 1.

(Ⅰ)求椭圆 C 的标准方程;

(Ⅱ)若 A,B 分别为椭圆 C 上不与坐标轴重合的两点,且 $OA\perp OB$,求$\dfrac{1}{|OA|^2}+\dfrac{1}{|OB|^2}$的值.

榆林市第二中学2018 ~2019学年度第一学期期末教学检测

高二数学(理科)试题参考答案及评分标准

一、选择题(本大题共12小题,每小题5分,共60分,在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.)

1. A　2. C　3. D　4. D　5. D　6. A　7. A　8. B　9. D　10. D　11. A　12. C

二、填空题(本大题共4小题,每小题5分,共20分)

13. $y=\pm 2x$　14. 2　15. 25　16. 1

三、解答题(本大题共6小题,共70分,解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

17. 解:(Ⅰ)设所求椭圆的标准方程为$\frac{y^2}{a^2}+\frac{x^2}{b^2}=1(a>b>0)$,

∵ 焦距为4,长轴长为6,∴ $a=3,c=2$,∴ $b^2=5$,

∴ 所求椭圆的标准方程为$\frac{y^2}{9}+\frac{x^2}{5}=1$. ……………………(5分)

(Ⅱ)双曲线$\frac{x^2}{2}-y^2=1$的焦点为$(\pm\sqrt{3},0)$,

设所求双曲线的标准方程为$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$,则$a^2+b^2=3$,

∵ 所求双曲线过点$(\sqrt{2},\sqrt{2})$,∴ $\frac{2}{a^2}-\frac{2}{b^2}=1$,解得$a=1,b=\sqrt{2}$,

∴ 所求双曲线的标准方程为:$x^2-\frac{y^2}{2}=1$. ……………………(10分)

18. 解:(Ⅰ)由抛物线$y^2=2px(p>0)$的准线方程为$x=-\frac{1}{2}$,

得$-\frac{p}{2}=-\frac{1}{2}$,∴ $p=1$,

∴ 抛物线的标准方程为:$y^2=2x$. ……………………(6分)

(Ⅱ)证明:设$M(x_1,y_1)$,$N(x_2,y_2)$,

由$\begin{cases}y=k(x-2)\\y^2=2x\end{cases}$,整理得$k^2x^2-2(2k^2+1)x+4k^2=0$,

则$x_1x_2=4$,

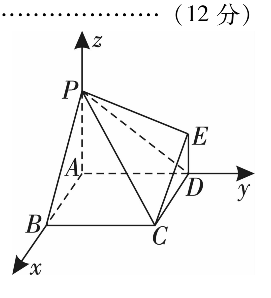
由$y_1{}^2=2x_1$,$y_2{}^2=2x_2$,两式相乘,得$(y_1y_2)^2=4x_1x_2$,

∵ y_1,y_2异号,∴ $y_1y_2=-4$,

∴ $\overrightarrow{OM}\cdot\overrightarrow{ON}=x_1x_2+y_1y_2=0$,

∴ $OM\perp ON$. ……………………(12分)

19. 解:(Ⅰ)以A为坐标原点,分别以AB,AD,AP所在的直线为x轴,y轴,z轴建立如图所示的空间直角坐标系,则$A(0,0,0)$,$B(2,0,0)$,$C(2,2,0)$,$D(0,2,0)$,$E(0,2,1)$,$P(0,0,2)$,



∴ $\overrightarrow{AB}=(2,0,0)$,$\overrightarrow{DC}=(2,0,0)$,∴ $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$,

∵ $DC\subsetneqq$平面DCE,$AB\not\subseteq$平面DCE,

∴ $AB /\!/$平面DCE. ……………………(6分)

(Ⅱ)由(Ⅰ)知,$\overrightarrow{CP}=(-2,-2,2)$,$\overrightarrow{AD}=(0,2,0)$,

易证$AD\perp$平面DCE,则平面DCE的一个法向量为$\overrightarrow{AD}=(0,2,0)$,

设直线CP与平面DCE所成角为θ,

则$\sin\theta=|\cos<\overrightarrow{AD},\overrightarrow{CP}>|=\left|\frac{\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{CP}}{|\overrightarrow{AD}|\cdot|\overrightarrow{CP}|}\right|=\frac{\sqrt{3}}{3}$,

∴ 直线CP与平面DCE所成角的正弦值为$\frac{\sqrt{3}}{3}$. ……………………(12分)

20. 解:(Ⅰ)由图知,$0.008\times10+0.032\times10+10a+0.014\times10+0.010\times10=1$,解得$a=0.036$. ………(4分)

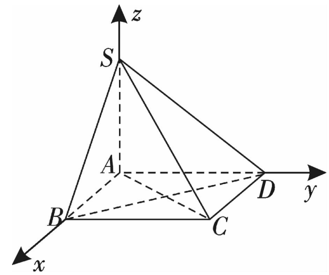
(Ⅱ)由样本的频率分布直方图,估计该校所有学生在这一天的平均阅读时间为:

$\bar{t}=10\times0.008\times25+10\times0.032\times35+10\times0.036\times45+10\times0.014\times55+10\times0.010\times65=43.6$(分钟).

……………………(8分)

(Ⅲ)阅读时间为$[40,50)$的人数为$400\times0.036\times10=144$,
阅读时间为$[60,70]$的人数为$400\times0.010\times10=40$,
$\therefore$ 在阅读时间为$[40,50)$中应抽取$144\times\frac{50}{400}=18$(人),
在阅读时间为$[60,70]$中应抽取$40\times\frac{50}{400}=5$(人). ……………………………………………………… (12 分)

21. 解:(Ⅰ)证明:$\because SA\perp$平面$ABCD$,$BD\subsetneqq$平面$ABCD$,$\therefore SA\perp BD$,
$\because$ 底面$ABCD$是正方形,$\therefore AC\perp BD$,
又$SA\cap AC=A$,$SA\subsetneqq$平面SAC,$AC\subsetneqq$平面SAC,$BD\not\subseteq$平面SAC,
$\therefore BD\perp$平面SAC. …………………………………………………………… (6 分)



(Ⅱ)以A为原点,AB,AD,AS所在直线分别为x,y,z轴建立空间直角坐标系$A-xyz$,
设$SA=a$,则$A(0,0,0)$,$B(1,0,0)$,$C(1,1,0)$,$D(0,1,0)$,$S(0,0,a)$,
$\therefore \overrightarrow{CD}=(-1,0,0)$,$\overrightarrow{SC}=(1,1,-a)$,$\overrightarrow{BS}=(-1,0,a)$. ………… (7 分)
设平面SBC的法向量为$\boldsymbol{m}=(x_1,y_1,z_1)$,
则$\begin{cases}\boldsymbol{m}\cdot\overrightarrow{BS}=0\\ \boldsymbol{m}\cdot\overrightarrow{SC}=0\end{cases}$,即$\begin{cases}-x_1+az_1=0\\ x_1+y_1-az_1=0\end{cases}$,取$z_1=1$,得$\boldsymbol{m}=(a,0,1)$;
设平面SCD的法向量为$\boldsymbol{n}=(x_2,y_2,z_2)$,
则$\begin{cases}\boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{CD}=0\\ \boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{SC}=0\end{cases}$,即$\begin{cases}-x_2=0\\ x_2+y_2-az_2=0\end{cases}$,取$z_2=1$,得$\boldsymbol{n}=(0,a,1)$.
要使二面角$B-SC-D$的大小为$120°$,必有$|\cos<\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}>|=|\cos120°|=\frac{1}{2}$,
$\therefore \frac{1}{\sqrt{a^2+1}\cdot\sqrt{a^2+1}}=\frac{1}{2}$,解得$a=1$,
即当$SA=1$时,二面角$B-SC-D$的大小为$120°$. ……………………………………………………… (12 分)

22. 解:(Ⅰ)$\because F_1$、F_2为椭圆C的左、右焦点,点P是椭圆C上一点,
且$PF_1\perp PF_2$,$|F_1F_2|=2\sqrt{3}$,$\triangle PF_1F_2$的面积为1,
$\therefore \begin{cases}|F_1F_2|=2c=2\sqrt{3}\\ (2a)^2=(PF_1+PF_2)^2=(2\sqrt{3})^2+4\end{cases}$,解得$a=2$,$c=\sqrt{3}$,
又$b^2=a^2-c^2=1$,
$\therefore$ 椭圆C的标准方程为:$\frac{x^2}{4}+y^2=1$. ……………………………………………………………… (6 分)
(Ⅱ)依题意知A,B不是椭圆C的顶点,直线OA、OB的斜率存在且不为0,
设$l_{OA}:y=kx$,$l_{OB}:y=-\frac{1}{k}x$,
由$\begin{cases}y=kx\\ \frac{x^2}{4}+y^2=1\end{cases}$,得$(4k^2+1)x^2-4=0$,
$x_A^2=\frac{4}{4k^2+1}$,$y_A^2=\frac{4k^2}{4k^2+1}$,
$\therefore |OA|^2=x_A^2+y_A^2=\frac{4k^2+4}{4k^2+1}$,
同理$x_B^2=\frac{4k^2}{k^2+4}$,$y_B^2=\frac{4}{k^2+4}$,$\therefore |OB|^2=\frac{4k^2+4}{k^2+4}$,
$\frac{1}{|OA|^2}+\frac{1}{|OB|^2}=\frac{4k^2+1}{4k^2+4}+\frac{k^2+4}{4k^2+4}=\frac{5k^2+5}{4k^2+4}=\frac{5}{4}$,
故$\frac{1}{|OA|^2}+\frac{1}{|OB|^2}$的值为$\frac{5}{4}$. …………………………………………………………… (12 分)