

呼铁一中 2018-2019 学年第二学期第二学段

高二文科数学试卷

出题人：吕传智

审题人：史利军

一、选择题（每小题 5 分，共 60 分）

1. 设集合 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{2, 3, 4\}$, 则 $A \cup B =$

- A. $\{1, 2, 3, 4\}$ B. $\{1, 2, 3\}$ C. $\{2, 3, 4\}$ D. $\{1, 3, 4\}$

2. 瑞士著名数学家欧拉发现公式 $e^{ix} = \cos x + i \sin x$ (为虚数单位), 它将指数函数的定义域扩大到复数集, 建立了三角函数和指数函数的关系, 它在复变函数论里占有非常重要的地位. 特别是当 $x = \pi$ 时, $e^{i\pi} + 1 = 0$ 被认为是数学上最优美的公式, 数学家们评价它是“上帝创造的公式”. 根据欧拉公式可知, e^i 表示的复数在复平面中位于 ()

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

3. 已知 $0 < b < a < 1$, 则在 a^b, b^a, a^a, b^b 中最大值是 ()

- A. b^a B. a^a C. a^b D. b^b

4. 如表提供的是两个具有线性相关的数据, 现求得回归方程为 $\hat{y} = 0.7x + 0.35$, 则 t 等于 ()

x	3	4	5	6
y	2.5	t	4	4.5

- A. 4.5 B. 3.5 C. 3.15 D. 3

5. 已知 $1=1^2$, $2+3+4=3^2$, $3+4+5+6+7=5^2$, ..., 依此规律可以得到的第 n 个式子为 ()

- A. $n + (n+1) + (n+2) + \dots + 2n = (n-1)^2$
 B. $n + (n+1) + (n+2) + \dots + 3n = (n-1)^2$
 C. $n + (n+1) + (n+2) + \dots + (2n+2) = (2n-1)^2$
 D. $n + (n+1) + (n+2) + \dots + (3n-2) = (2n-1)^2$

6. 函数 $f(x) = \begin{cases} -x-4, & (x < 0) \\ x^2-4, & (x > 0) \end{cases}$ 的零点为 ()

- A. -4 或 -2 B. -4 或 2 C. -2 或 4 D. -2 或 2

7. 我国古代著名的思想家庄子在《庄子·天下篇》中说：“一尺之棰，日取其半，万世不竭。”用现代语言叙述为：一尺长的木棒，每天取其一半，永远也取不完. 这样，每天剩下的部分

都是前一天的一半. 如果把“一尺之棰”看成单位“1”, 那么 x 天后剩下的部分 y 与 x 的函数关系式为 (

A. $y = \frac{1}{2^x}(x \in \mathbb{N}^*)$

B. $y = x^{\frac{1}{2}}(x \in \mathbb{N}^*)$

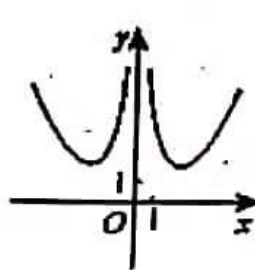
C. $y = 2^x(x \in \mathbb{N}^*)$

D. $y = \frac{1}{x^2}(x \in \mathbb{N}^*)$

8. 下列四个函数中, 在 $(0, +\infty)$ 上为增函数的是

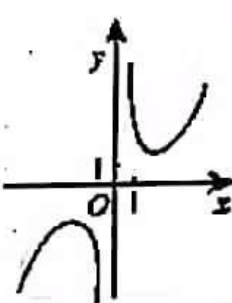
A. $f(x) = 3 - x$ B. $f(x) = x^2 - 3x$ C. $f(x) = \frac{1}{x+1}$ D. $f(x) = -|x|$

9. 函数 $f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{x^2}$ 的图像大致为



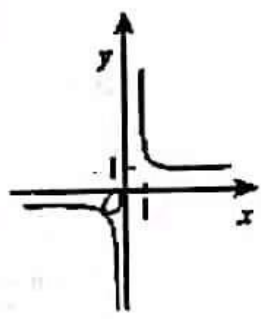
A

A. A



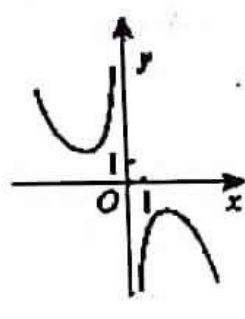
B

B. B



C

C. C



D

D. D

10. 已知函数 $f(x)$ 满足 $2f(x) + f(-x) = 3x + 2$, 则 $f(2) =$

A. $-\frac{16}{3}$

B. $-\frac{20}{3}$

C. $\frac{16}{3}$

D. $\frac{20}{3}$

11. 已知曲线 $y = ae^x + x \ln x$ 在点 $(1, ae)$ 处的切线方程为 $y = 2x + b$, 则

A. $a = e, b = -1$

B. $a = e, b = 1$

C. $a = e^{-1}, b = 1$

D. $a = e^{-1}, b = -1$

12. 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $(0, +\infty)$, 且满足 $f(x) + xf'(x) > 0$ ($f'(x)$ 是 $f(x)$ 的导函数), 则不等式 $(x-1)f(x^2-1) < f(x+1)$ 的解集为

A. $(-1, 2)$

B. $(1, 2)$

C. $(1, +\infty)$

D. $(-\infty, 2)$

二、填空题 (每小题 5 分, 共 20 分)

13. 已知函数 $f(x) = \log_2(x^2 + a)$, 若 $f(3) = 1$, 则 $a =$ _____.

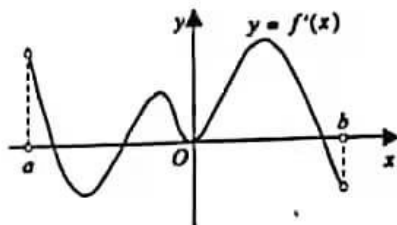
14. 某图书出版公司到某中学开展奉献爱心图书捐赠活动, 某班级获得了某一品牌的图书共 4 本, 其中数学、英语、物理、化学各一本. 现将这 4 本书随机发给该班的甲、乙、丙、丁四个人, 每人一本, 并请这四个人在看自己得到的赠书之前进行预测, 结果如下: 甲说:

乙或丙得到物理书；乙说：甲或丙得到英语书；丙说：数学书被甲得到；丁说：甲得到物理书. 最终结果显示：甲、乙、丙、丁四个人的预测均不正确，那么甲得到的书是_____.

15. 函数 $f(x)$ 的定义域为开区间 (a, b) ，导函数 $f'(x)$

在 (a, b) 内的图象如图所示，则函数 $f(x)$ 在开区

间 (a, b) 内有极小值点_____个.



16. 设 $p: \frac{x}{x-2} < 0$, $q: 0 < x < m$. 若 p 是 q 成立的充分不必要条件，则 m 的取值范围是_____.

三、解答题 (17-21 每题 12 分，22 题 10 分，共 70 分)

17. 某商场为提高服务质量，随机调查了 50 名男顾客和 50 名女顾客，每位顾客对该商场的服务给出满意或不满意的评价，得到下面列联表：

	满意	不满意
男顾客	40	10
女顾客	30	20

(1) 分别估计男、女顾客对该商场服务满意的概率；

(2) 能否有 95% 的把握认为男、女顾客对该商场服务的评价有差异？

附： $K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$.

$P(K^2 \geq k)$	0.050	0.010	0.001
k	3.841	6.635	10.828

18. 设函数 $f(x) = a^{x-1} - 2$ ($a > 0$, 且 $a \neq 1$)，若 $y = f(x)$ 的图象过点 $(1, 7)$.

(1) 求 a 的值及 $y = f(x)$ 的零点.

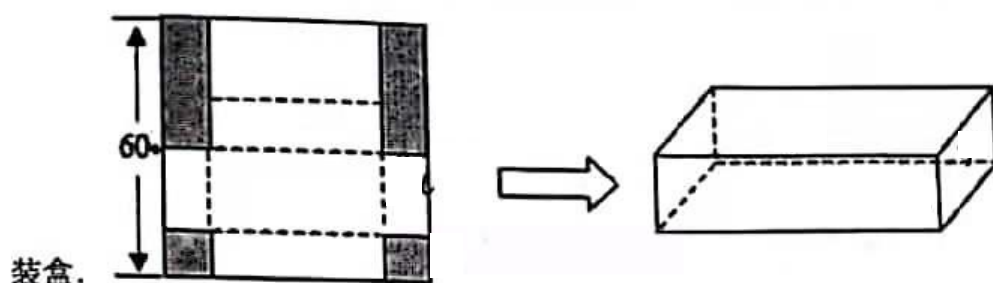
(2) 求不等式 $f(x) \geq -\frac{5}{3}$ 的解集.

19. 已知函数 $f(x) = x^3 - x^2 - x + 2a$.

(1) 求函数 $f(x)$ 的极值；

(2) 若函数 $f(x)$ 有且仅有一个零点，求实数 a 的取值范围.

20. 某礼品店要制作一批长方体包装盒，材料是边长为 60cm 的正方形纸板，如图所示，先在其中相邻两个角处各切去一个边长是 $x\text{cm}$ 的正方形，然后在余下两个角处各切去一个长、宽分别为 30cm 、 $x\text{cm}$ 的矩形，再将剩余部分沿图中的虚线折起，做成一个有盖的长方体包装盒。



- (1) 求包装盒的容积 $V(x)$ 关于 x 的函数表达式，并求函数的定义域；
- (2) 当 x 为多少时，包装盒的容积最大？最大容积是多少？

21. 设函数 $f(x) = (1-x^2)e^x$.

- (1) 讨论 $f(x)$ 的单调性；
- (2) 当 $x \geq 0$ 时， $f(x) \leq ax+1$ ，求 a 的取值范围。

22. 在直角坐标系 xOy 中，曲线 C 的参数方程为
$$\begin{cases} x = \frac{1-t^2}{1+t^2}, \\ y = \frac{4t}{1+t^2} \end{cases} \quad (t \text{ 为参数}),$$
 以坐标原点 O 为

极点， x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系，直线 l 的极坐标方程为

$$2\rho \cos \theta + \sqrt{3}\rho \sin \theta + 11 = 0.$$

- (1) 求 C 和 l 的直角坐标方程；
- (2) 求 C 上的点到 l 距离的最小值。