

民立中学 2018 学年第一学期高二年级期末考试数学试卷

时间: 90 分钟 满分: 100 分

一、填空题 (本大题共 10 小题, 每题 4 分, 满分 40 分)

1. 直线 $y = x + 2$ 的斜率为_____.

2. 过点 $P(0, 3)$ 且与向量 $\vec{d} = (1, 2)$ 平行的直线 l 的方程为_____.

3. 直线 $l_1: 3x + y + 2 = 0$ 与直线 $l_2: 2x - y - 3 = 0$ 的夹角 $\alpha =$ _____.

4. 平行线 $l_1: \sqrt{3}x + y - 5 = 0$ 与 $l_2: \sqrt{3}x + y + 1 = 0$ 之间的距离为_____.

5. 已知椭圆 C 的参数方程是: $\begin{cases} x = 5\cos\theta \\ y = 3\sin\theta \end{cases}$ (θ 为参数, $0 \leq \theta < 2\pi$), 则其右焦点坐标是_____.

6. 方程 $x^2 + y^2 + ax + 2y + 2 = 0$ 表示圆, 则实数 a 的取值范围是_____.

7. 若 $x, y \in \mathbb{R}$, 且满足约束条件 $\begin{cases} 4x + 3y - 12 \leq 0 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$, 则 $z = -x + y$ 的最大值为_____.

8. 已知点 A 的坐标为 $(3, 2)$, F 为抛物线 $y^2 = 2x$ 的焦点, 若点 P 在抛物线上移动, 则 $|PA| + |PF|$ 的最小值为_____.

9. 若曲线 $y = \sqrt{1 - x^2}$ 与直线 $y = x + b$ 有交点, 则 b 的取值范围是_____.

10. 关于曲线 $C: \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} = 1$, 有如下结论: ①曲线 C 关于原点对称; ②曲线 C 关于坐标轴对称; ③曲线 C 是封闭图形; ④曲线 C 不是封闭图形, 且它与圆 $x^2 + y^2 = 2$ 无公共点; ⑤曲线 C 与曲线 $D: |x| + |y| = 2\sqrt{2}$ 有 4 个交点, 这 4 点构成正方形. 其中所有正确结论的序号为_____.

二、选择题 (本大题共有 4 小题, 每题 3 分, 满分 12 分)

11. 点 P 是椭圆 $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1$ 上一动点, 则点 P 到椭圆左焦点的最远距离是 ()

- A. 4 B. 5 C. D. 1

12. 方程 $\frac{x^2}{m-1} + \frac{y^2}{2-m} = 1$ 表示双曲线, 则实数 m 的取值范围是 ()

- A. $\frac{3}{2} < m < 2$ B. $1 < m < \frac{3}{2}$ C. $1 < m < 2$ D. $m < 1$ 或 $m > 2$

13. 直线 $ax + by + c = 0$ ($a > 0, b > 0$) 的倾斜角是 ()

- A. $\arctan\left(-\frac{a}{b}\right)$ B. $\frac{\pi}{2} + \arctan\frac{a}{b}$ C. $\pi - \arctan\frac{a}{b}$ D. $\pi + \arctan\frac{a}{b}$

14. 在平面直角坐标系内, 到点 $A(1,1)$ 和直线 $l: x + 2y - 3 = 0$ 距离相等的点的轨迹是 ()

- A. 直线 B. 椭圆 C. 双曲线 D. 抛物线

三、解答题 (共 5 小题, 满分 48 分)

15. (6 分) 已知直线 $l: x - y + b = 0$ 被圆 $x^2 + y^2 = 25$ 所截得的弦长为 8, 求 b 的值.

16. (8 分) 已知两条直线 $l_1: (a-1)x - 2y - a = 0, l_2: ax + y - 2 = 0$, 当 a 为何值时

(1) l_1 与 l_2 垂直; (2) l_1 与 l_2 平行.

17. (10 分) 已知中心为原点, 焦点在坐标轴上的双曲线 C 经过点 $P(4,3)$, 它的一条渐近线的方程为 $y = \frac{1}{2}x$.

(1) 求双曲线的标准方程;

(2) 过双曲线 C 的焦点 F_1 作垂直于实轴的直线 l , 在第一象限与双曲线相交于点 P , F_2 为双曲线 C 的另一个焦点, 求 $\triangle PF_1F_2$ 的面积.

18. (12 分) 已知抛物线 $C: y^2 = 4x$ 的焦点为 F . 点 A 是抛物线 C 上的动点

(1) 求动点 A 到点 $M(3,0)$ 的距离的最小值;

(2) 若点 A, P 满足 $\overrightarrow{AP} = 2\overrightarrow{FA}$. 当点 A 在抛物线 C 上运动时, 求动点 P 的轨迹方程.

19. (12 分) 已知两动圆 $F_1: (x + \sqrt{3})^2 + y^2 = r^2$ 和 $F_2: (x - \sqrt{3})^2 + y^2 = (4 - r)^2$ ($0 < r < 4$),

把它们的公共点的轨迹记为曲线 C , 若曲线 C 与 y 轴的正半轴的交点为 M , 且曲线 C 上异于

点 M 的相异两点 A, B 满足 $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 0$.

(1) 求曲线 C 的方程;

(2) 证明直线 AB 恒经过一定点, 并求出此定点的坐标.