

2018 年秋高二(上)期末测试卷
理科数学

理科数学测试卷共 4 页。满分 150 分。考试时间 120 分钟。

注意事项:

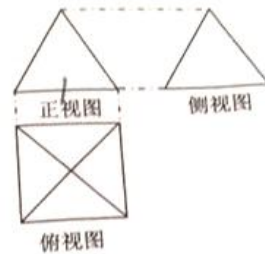
1. 本试卷分为第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分。答卷前,考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答第 I 卷时,选出每小题答案后,用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦擦干净后,再选涂其它答案标号框。写在本试卷上无效。
3. 回答第 II 卷时,将答案写在答题卡上,写在本试卷上无效。
4. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

第 I 卷

一、选择题:本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分。在每小题给出的四个备选项中,只有一项是符合题目要求的。

- (1) 直线 $\sqrt{3}x + y - 1 = 0$ 的倾斜角为
- (A) 30° (B) 60° (C) 120° (D) 150°
- (2) 在一个命题和它的逆命题,否命题,逆否命题这四个命题中,真命题的个数不可能是
- (A) 0 (B) 2 (C) 3 (D) 4
- (3) 命题“ $\forall x \in (0, +\infty), e^x > \ln x$.”的否定是
- (A) $\forall x \in (0, +\infty), e^x \leq \ln x$ (B) $\exists x \in (0, +\infty), e^x > \ln x$
(C) $\exists x \in (0, +\infty), e^x \leq \ln x$ (D) $\exists x \in (0, +\infty), e^x < \ln x$
- (4) 已知空间中的三条直线 a, b, c 满足 $a \perp c$ 且 $b \perp c$, 则直线 a 与直线 b 的位置关系是
- (A) 平行 (B) 相交 (C) 异面 (D) 平行或相交或异面
- (5) 若圆 $x^2 + y^2 + 2x - 2y + m = 0$ 的半径为 $\sqrt{3}$, 则实数 $m =$
- (A) $-\frac{3}{2}$ (B) -1 (C) 1 (D) $\frac{3}{2}$
- (6) 已知直线 l 与平面 α, β , 则下列说法正确的是
- (A) 若 $l \parallel \alpha, \alpha \parallel \beta$, 则 $l \parallel \beta$ (B) 若 $l \perp \alpha, \alpha \perp \beta$, 则 $l \parallel \beta$
(C) 若 $l \subset \alpha, l \parallel \beta$, 则 $\alpha \parallel \beta$ (D) 若 $l \subset \alpha, l \perp \beta$, 则 $\alpha \perp \beta$

- (7) 已知某几何体的三视图如图所示，其正视图与侧视图都是边长为1的正三角形，俯视图为正方形，则该几何体的表面积是



- (A) 1 (B) 2
(C) $1+\sqrt{3}$ (D) 3

- (8) 已知某圆柱形容器的轴截面是边长为2的正方形，容器中装满液体，现向此容器中放入一个实心小球，使得小球完全被液体淹没，则此时容器中所余液体的最小容量为

- (A) $\frac{\pi}{3}$ (B) $\frac{2\pi}{3}$ (C) π (D) $\frac{4\pi}{3}$

- (9) 条件甲：关于 x 的不等式 $a \sin x + b \cos x > 1$ 的解集为空集，条件乙： $|a| + |b| \leq 1$ ，则甲是乙的

- (A) 必要不充分条件 (B) 充分不必要条件
(C) 充要条件 (D) 既不充分也不必要条件

- (10) 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{7} = 1$ 的左焦点为 F ，点 $A(-\sqrt{2}, 1)$ ， P 为椭圆 C 上一动点，则 $\triangle PAF$ 的周长的最小值为

- (A) 3 (B) 4 (C) 7 (D) 10

- (11) 椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的左右焦点分别为 F_1, F_2 ，抛物线 $y^2 = 2px$ ($p > 0$) 以 F_2 为焦点，且椭圆与抛物线在第一象限交于点 P ，若 $\angle PF_1F_2 = 45^\circ$ ，则椭圆 C 的离心率为

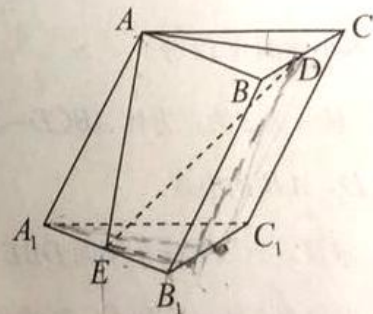
- (A) $2-\sqrt{3}$ (B) $\sqrt{2}-1$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

- (12) 斜棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中， D, E 分别为棱 BC, A_1B_1 的中点，

过 A, D, E 三点的平面将三棱柱分为两部分，则这两部分体

积之比为

- (A) $\frac{1}{3}$ (B) $\frac{3}{8}$
(C) $\frac{7}{17}$ (D) $\frac{8}{19}$



二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

(13) 过原点且与直线 $4x+7y+1=0$ 平行的直线方程是_____。

(14) 已知三棱锥 $A-BCD$ 中， AB, AC, AD 两两相互垂直，且 $AB=3, AC=4, AD=12$ ，则三棱锥 $A-BCD$ 外接球的表面积为_____。

(15) 已知过原点的动直线 l 与椭圆 $C: \frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{2} = 1$ 交于 A, B 两点， D 为椭圆 C 的上顶点，若直线 AD, BD 的斜率存在且分别为 k_1, k_2 ，则 $k_1 k_2 =$ _____。

(16) 若圆 $(x-3)^2 + (y-4)^2 = 2$ 上存在两点 A, B ，使得 $\angle APB = 60^\circ$ ， P 为圆外一动点，则 P 点到原点距离的最小值为_____。

三、解答题：解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

(17) (本小题满分 10 分)

已知 $a > 0$ ，命题 $p: x^2 - x - 12 \leq 0$ ，命题 $q: (x-2)^2 \geq a^2$ 。

(I) 当 $a=3$ 时，若命题 $p \wedge (\neg q)$ 为真，求 x 的取值范围；

(II) 若 p 是 $\neg q$ 的充分条件，求 a 的取值范围。

(18) (本小题满分 12 分)

在 $\triangle ABC$ 中，边 AB, AC, BC 所在直线的方程分别为 $y=-1, x-3y-5=0, x+2y-5=0$ 。

(I) 求 BC 边上的高所在的直线方程；

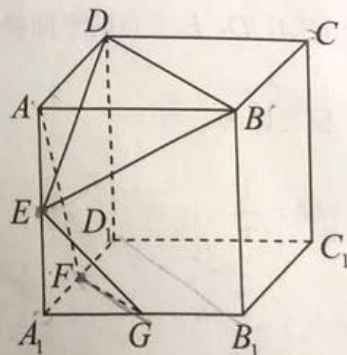
(II) 若圆 E 过直线 $x-y-5=0$ 上一点及 A 点，当圆 E 面积最小时，求其标准方程。

(19) (本小题满分 12 分)

如图，棱长为 2 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，点 E, F, G 分别是棱 AA_1, AD_1, A_1B_1 的中点。

(I) 求证：直线 $FG \parallel$ 平面 DBE ；

(II) 求异面直线 AF 和 EG 所成角的余弦值。



(20) (本小题满分 12 分)

已知抛物线 $C: y^2 = 2px$ ($p > 0$) 的焦点为 F , $M(3, m)$ 为抛物线 C 上一点, 且 $|MF| = 5$.

(I) 求抛物线 C 的方程;

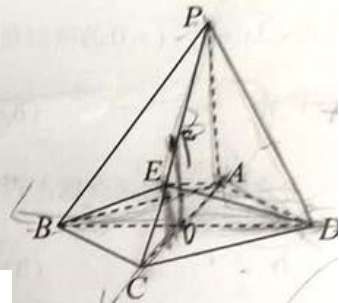
(II) 过点 F 的直线与抛物线 C 交于 A, B 两点, 求线段 AB 的垂直平分线的横截距的取值范围.

(21) (本小题满分 12 分)

如图, 四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 为菱形, 直线 $PA \perp$ 平面 $ABCD$, $AC = 3\sqrt{2}$, $PA = 3$, E 是 PC 上的一点, $PE = 2EC$.

(I) 证明: 直线 $PC \perp$ 平面 BED ;

(II) 若 $BD = 3\sqrt{2}$, 求二面角 $P-AD-E$ 的余弦值.



(22) (本小题满分 12 分)

如图, F_1, F_2 是离心率为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 的椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的左、右焦点, 过 F_1 作 x 轴的垂线交椭圆 C

所得弦长为 $2\sqrt{2}$, 设 A, B 是椭圆 C 上的两个动点, 线段 AB 的中垂线与椭圆 C 交于 P, Q 两点, 线段 AB 的中点 M 的横坐标为 1.

(I) 求椭圆 C 的方程;

(II) 求 $\overrightarrow{F_2P} \cdot \overrightarrow{F_2Q}$ 的取值范围.

