珠海市第二中学 2017－2018 学年度第一学期期中考试

高三年级　　（理科数学）试题

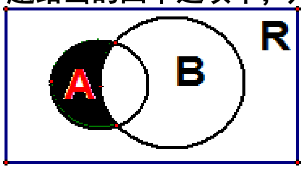
考试时间 150 分钟，总分 120 分，　命题人：　　审题人：

考生注意：

1．答选择题时，选出每个小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑.如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号，写在本试卷上无效.

2．答非选择题时，请将答案写在答题卡上对应题号的答题区域，超出区域和写在本试卷上无效.

一．选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60.在每个小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.



1. 设集合 $A=\{-1,0,1,2\}$，$B=\{x\mid y=\sqrt{x^2-1}\}$，

则右图中阴影部分所表示的集合为　　（　　）

A. $\{-1\}$　　B. $\{0\}$　　C. $\{-1,0\}$　　D. $\{-1,0,1\}$

2. 若 θ 为第二象限角，则复数 $z=(\sin\theta-\cos\theta)+(\tan\theta-2017)i$（$i$ 为虚数单位）对应的点在（　　）

A．第一象限　　B．第二象限　　C．第三象限　　D．第四象限

3. 下列各组函数中，表示同一函数的是　　（　　）

A．$f(x)=e^{\ln x}$，$g(x)=x$　　B．$f(x)=\dfrac{x}{\sqrt[3]{x^3}}$，$g(x)=x^0$

C．$f(x)=\sqrt{\dfrac{1-\cos 2x}{1+\sin 2x}}$，$g(x)=\tan x$　　D．$f(x)=\lg(x+1)+\lg(x-1)$，$g(x)=\lg(x^2-1)$

4. 下列有关命题的说法正确的是　　（　　）

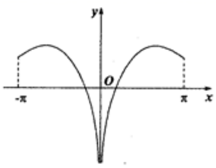
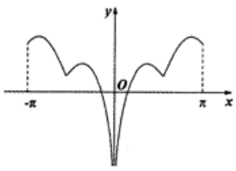
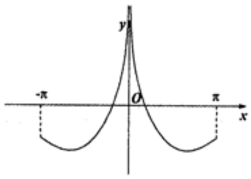
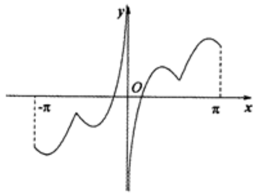
A．命题“若 $x^2=1$，则 $x=1$”的否命题为：“若 $x^2=1$，则 $x\neq 1$”；

B．“$m=1$”是“直线 $x-my=0$ 和直线 $x+my=0$ 互相垂直”的充要条件；

C．命题“$\exists x\in R$，使得 $x^2+x+1<0$”的否定是：“$\forall x\in R$，均有 $x^2+x+1<0$”；

D．命题“已知 x,y 为一个三角形的两内角，若 $x=y$，则 $\sin x=\sin y$”的逆命题是真命题.

5. 函数 $f(x)=\ln|x|+|\sin x|$ $(-\pi\le x\le\pi$ 且 $x\neq 0)$ 的图像大致是　　（　　）

A.  B.  C.  D. 

6. 已知函数 $f(x)=2\sin(2x+\varphi)(-\pi<\varphi<0)$，将 $f(x)$ 的图像向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度后所得的函数图像过点 $(0,1)$，则函数 $g(x)=\cos(2x+\varphi)$ （　　）

A. 在区间 $(-\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{3})$ 上单调递减　　B. 在区间 $(-\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{3})$ 上单调递增

C. 在区间 $(-\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{3})$ 上有最大值　　D. 在区间 $(-\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{3})$ 上有最小值

7. 若 $S_n=\sin\frac{\pi}{5}+\sin\frac{2\pi}{5}+\cdots+\sin\frac{(n-1)\pi}{5}+\sin\frac{n\pi}{5}$ $(n\in N^*)$，则 $S_1,S_2,\cdots,S_{2018}$ 中值为0的有（）个

A. 200　　B. 201　　C. 402　　D. 403

8. 若函数 $f(x)=x-x^{-\frac{1}{2}}$，$g(x)=x+e^x$，$h(x)=x+\ln x$ 的零点分别为 x_1，x_2，x_3，则（　　）

A. $x_2<x_3<x_1$　　B. $x_2<x_1<x_3$　　C. $x_1<x_2<x_3$　　D. $x_3<x_1<x_2$

9. 设命题 p：若定义域为 R 的函数 $f(x)$ 不是偶函数，则 $\forall x\in R$，$f(-x)\neq f(x)$.

命题 q：$f(x)=x|x|$ 在 $(-\infty,0)$ 上是减函数，在 $(0,+\infty)$ 上是增函数. 则下列判断错误的是（　　）

A. $p\vee q$ 为真　　B. $p\wedge q$ 为假　　C. p 为假　　D. $\neg q$ 为真

10. 已知定义在 R 上的函数 $y=f(x)$ 满足条件 $f\left(x+\frac{3}{2}\right)=-f(x)$，且函数 $y=f\left(x-\frac{3}{4}\right)$ 为奇函数，下列有关命题的说法错误的是（　　）

A. 函数 $f(x)$ 是周期函数；　　B. 函数 $f(x)$ 为 R 上的偶函数；

C. 函数 $f(x)$ 为 R 上的单调函数；　　D. $f(x)$ 的图象关于点 $\left(-\frac{3}{4},0\right)$ 对称.

11. 在直角三角形 ABC 中，$\angle BCA=90^0$，$CA=CB=1$，P 线段 AB 上任意一点，且 $\overrightarrow{AP}=\lambda\overrightarrow{AB}$，若 $\overrightarrow{CP}\bullet\overrightarrow{AB}\geq\overrightarrow{PA}\bullet\overrightarrow{PB}$，则实数 λ 的取值范围为（　　）

A. $\left[\frac{1}{2},1\right]$　　B. $\left[\frac{2-\sqrt{2}}{2},1\right]$　　C. $\left[\frac{1}{2},\frac{1+\sqrt{2}}{2}\right]$　　D. $\left[\frac{1-\sqrt{2}}{2},\frac{1+\sqrt{2}}{2}\right]$

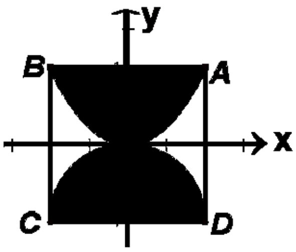
12. 已知函数 $f(x)=(x^2-4x)\sin(x-2)+x+1$ 在 $[-1,5]$ 上的最大值为 M，最小值为 m，则 $M+m=$ （　　）

A. 0　　　　B. 2　　　　C. 4　　　　D. 6

二．填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分.

13．若函数 $f(x)=ax^2+bx+1$ 是定义在 $[-1-a\,,\,2a]$ 上的偶函数，则 $f(2a-b)=$__________.

14．已知正方形的四个顶点 $A(1,1)$、$B(-1,1)$、$C(-1,-1)$、$D(1,-1)$ 分别在曲线 $y=x^2$ 和 $y=\sqrt{1-x^2}-1$ 上，如图所示，若将一个质点随机投入正方形 $ABCD$ 中，则质点落在图中阴影区域的概率是______.



15．若函数 $f\left(x\right)=\begin{cases}\dfrac{x}{x-2}+kx^2, x\le 0\\ \lg x, x>0\end{cases}$ 有且只有 2 个不同零点，则实数 k 的取值范围是_____.

16．在 ABC 三角形，角 A , B , C 的对边分别为 a , b , c ，若 $\sin C+\sin(B-A)=\sin 2A$,

$\sin C=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ ，且 $a-b=3-\sqrt{6}$, 则 ΔABC 的面积为___________.

三、解答题：共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算部骤. 第 17-21 题为必考题，每个试题考生都必须作答，第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答.

(一)必作题：共 60 分

17．（本小题满分 12 分）

已知函数 $f(x)=\sin(3x+\dfrac{\pi}{3})+\cos(3x+\dfrac{\pi}{6})+m\sin 3x\ (m\in R)$， $f(\dfrac{17\pi}{18})=-1$.

（1）求 m 的值；

（2）在 ABC 三角形，角 A , B , C 的对边分别为 a , b , c ，若 $f(\dfrac{B}{3})=\sqrt{3}$,

且 $a^2=2c^2+b^2$，求 $\tan A$.

18．（本小题满分 12 分）

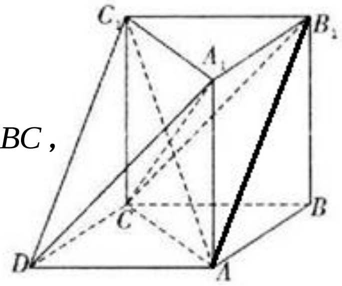
一个口袋中装有 n 个红球 ($n\ge 5$ 且 $n\in N$) 和 5 个白球，一次摸奖从中摸两个球，两个球颜色不同则为中奖.

(1)用 n 表示一次摸奖中奖的概率 p_n；

(2)若 $n=5$，设三次摸奖（每次摸奖后球放回）恰好有 X 次中奖, 求 X 的数学期望 EX ；

(3)设三次摸奖（每次摸奖后球放回）恰好有一次中奖的概率P，当n取何值时，P最大？

19．（本小题满分12分）



如图所示的几何体中，$ABC-A_1B_1C_1$为三棱柱，且$AA_1\perp$平面ABC，四边形$ABCD$为平行四边形，$AD=2CD$，$\angle ADC=60^0$.

（1）求证：$C_1D//$平面AB_1C；

（2）若$AA_1=AC$，求证：$AC_1\perp$平面A_1B_1CD；

（3）若$CD=2$，二面角$A-C_1D-C$的余弦值为若$\dfrac{\sqrt{5}}{5}$，求三棱锥C_1-A_1CD的体积.

20．（本小题满分12分）

已知椭圆C：$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$（$a>b>0$）的左、右焦点分别为$F_1$、$F_2$，过点$F_2$作直线$l$与椭圆$C$交于$M$、$N$两点.

（1）已知$M(0,\sqrt{3})$，椭圆C的离心率为$\dfrac{1}{2}$，直线l交直线$x=4$于点P，

求ΔF_1MN的周长及ΔF_1MP的面积；

（2）当$a^2+b^2=4$且点M在第一象限时，直线l交y轴于点Q，$F_1M\perp F_1Q$，

证明：点M在定直线上.

21．（本小题满分12分）

已知函数$f(x)=e^x$，$g(x)=mx+n$.

（1）设$h(x)=f(x)-g(x)$.

①若函数$h(x)$在$x=0$处的切线过点$(1,0)$，求$m+n$的值；

②当$n=0$时，若函数$h(x)$在$(-1,+\infty)$上没有零点，求m的取值范围.

（2）设函数 $r(x)=\dfrac{1}{f(x)}+\dfrac{nx}{g(x)}$，且 $n=4m\,(m>0)$，求证：当 $x\geq 0$ 时，$r(x)\geq 1$.

(二)选作题：共 10 分

请考生在第 22、23 两题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题记分. 作答时用 2B 铅笔在答题卡上把所选题目的题号涂黑.

22. （本小题满分 10 分）选修 **4-4：坐标系与参数方程**

已知直线 l 的参数方程是 $\begin{cases} x=\sqrt{3}-\dfrac{\sqrt{3}}{2}t \\ y=1+\dfrac{1}{2}t \end{cases}$（$t$ 为参数）. 以平面直角坐标系的原点为极点，x 轴的非负半轴为极轴，建立极坐标系，曲线 C 的极坐标方程式为 $\rho=4\cos(\theta-\dfrac{\pi}{6})$.

（1）求曲线 C 的直角坐标方程；

（2）若 $P(x,y)$ 是直线 l 与曲线面 $\rho\leq 4\cos(\theta-\dfrac{\pi}{6})$ 的公共点，求 $\mu=\sqrt{3}x+y$ 的取值范围.

23. （本小题满分 10 分）选修 4-5：不等式选讲

已知函数 $f(x)=|2x+3|+|x-1|$.

（1）解不等式 $f(x)>4$；

（2）若存在实数 x_0，对任意实数 t 不等式 $f(x_0)<|m+t|+|t-m|$ 恒成立，求实数 m 的取值范围.

珠海市第二中学 2017－2018 学年度第一学期期中考试

高三年级　（理科数学）试题参考答案

一、选择题：（本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	B	D	B	D	A	C	C	A	A	C	B	D

二、填空题：（本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分）

13. 5　　14. $\dfrac{8+3\pi}{24}$　　15. $k\geq 0$　　16. $\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$

三、解答题（本题共 70 分）说明：本答案每题仅提供了一种解法参考，其它解法对应给分.

17. 【解】（1）由题设知：$-1=f(\dfrac{17\pi}{18})=\sin\dfrac{19\pi}{6}+\cos 3\pi+m\sin\dfrac{17\pi}{6}=-\dfrac{1}{2}-1+\dfrac{m}{2}$，

$\therefore m=1$…………………………………………………………4 分

（2）由题设及（1）知：$\sqrt{3}=f(\dfrac{B}{3})=\sin(B+\dfrac{\pi}{3})+\cos(B+\dfrac{\pi}{6})+\sin B=\sin B+\sqrt{3}\cos B$；

$\therefore \sin(B+\dfrac{\pi}{3})=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，又 $\dfrac{\pi}{3}<B+\dfrac{\pi}{3}<\dfrac{4\pi}{3}$， 得 $B=\dfrac{\pi}{3}$；……………………………7 分

$\therefore b^2=a^2+c^2-ac$，又 $a^2=2c^2+b^2$， 得 $a=3c\,,b=\sqrt{7}c$；…………………………9 分

$\therefore$ $\cos A=-\dfrac{1}{2\sqrt{7}}$， $\sin A=-\dfrac{3\sqrt{3}}{2\sqrt{7}}$； …………………………………………………11 分

$\therefore \tan A=-3\sqrt{3}$……………………………………………………………………12 分

18. 【解】（1）由题设知：$p_n=\dfrac{C_n^1C_5^1}{C_{n+5}^2}=\dfrac{10n}{(n+5)(n+4)}$ ………………………………………………3 分

（2）由（1）及题设知：$p_5=\dfrac{5}{9}$ ，$X\sim B(3\,,\,p_5)$　 $\therefore$ $EX=\dfrac{5}{3}$………6 分

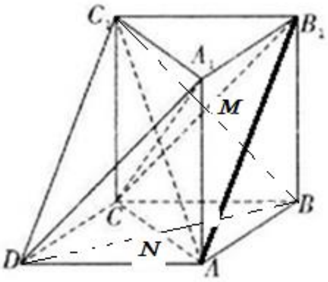
（3）由（1）及题设知：$P=C_3^1(1-p_n)^2p_n=3(p_n{}^3-2p_n{}^2+p_n)$　　$(0<p_n<1)$

$\therefore$ $P'=3(3p_n{}^2-4p_n+1)=3(3p_n-1)(p_n-1)$

即当 $p_n\in(0,\dfrac{1}{3})$时，$P'>0$，其为单增区间；当 $p_n\in(\dfrac{1}{3},1)$时，$P'<0$ ，其为单减区间.

∴当 $p_n=\dfrac{1}{3}$，即 $\dfrac{10n}{(n+5)(n+4)}=\dfrac{1}{3}$，得 $n=20$ 时，P 最大. ……………………………12 分

19.（1）【证明】连 BC_1 交 B_1C 于 M 点，连 BD 交 AC 于 N 点，则 $MN\subset$ 平面AB_1C.



由平几知：M 为 BC_1 的中点，N 为 BD 的中点，

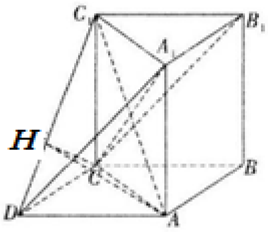
即 MN 为 ΔBC_1D 的中位线. $\therefore MN//C_1D$.

又 $C_1D\not\subset$ 平面AB_1C，$\therefore C_1D//$平面AB_1C. ………………3 分

（2）【证明】$\because AA_1\perp$ 平面$ABCD$, $AC\subset$ 平面$ABCD$, $\therefore AA_1\perp AC$, $AA_1\perp CD$.

又$\because AA_1=AC$, 知AA_1C_1C为正方形, $\therefore AC_1\perp A_1C$.

在 ΔACD 中由余弦定理知：$AC=\sqrt{3}CD$ 得 $AD^2=AC^2+CD^2$，$\therefore CD\perp AC$.



又 $AC\cap AA_1=A$, $\therefore CD\perp$ 平面A_1ACC_1.

又 $AC_1\subset$ 平面A_1ACC_1, $\therefore CD\perp AC_1$.

又 $A_1C\cap CD=C$, $\therefore AC_1\perp$ 平面A_1B_1CD. ……………………7 分

（3）【解】作 $CH\perp C_1D$ 交 C_1D 于 H，连 AG，由（2）知：$AC\perp$ 平面CC_1D.

$\therefore AC\perp C_1D$, $\therefore C_1D\perp$ 平面ACH，$\therefore\angle AHC$为二面角$A-C_1D-C$的平面角. ……9 分

$\therefore\cos\angle AHC=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$, $\tan\angle AHC=2=\dfrac{AC}{CH}$；由 $CD=2$ 知：$AC=2\sqrt{3}$ 得 $CH=\sqrt{3}$；

在 ΔC_1CD 中由平几知：$CC_1=2\sqrt{3}$，于是得 AA_1C_1C 为正方形.

由（2）知：$V_{C_1-A_1CD}=V_{D-A_1CC_1}=\dfrac{1}{3}\times(\dfrac{1}{2}\times2\sqrt{3}\times2\sqrt{3})\times2=4$. ……………………………12 分

20.（1）【解】由题设知：$\begin{cases}b=\sqrt{3}\\ \dfrac{\sqrt{a^2-b^2}}{a}=\dfrac{1}{2}\end{cases}$ 得 $a=2$，∴椭圆 C 的方程为 $\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1$……2 分

∴ ΔF_1MN 的周长 $=F_1M+MN+NF_1=F_1M+MF_2+F_2N+NF_1=4a=8$；……………3 分

由 $F_1(-1,0)$, $F_2(1,0)$ 知直线 l 的方程为 $x+\dfrac{y}{\sqrt{3}}=1$，得 $P(4,-3\sqrt{3})$，

$\therefore \Delta F_1MP$ 的面积 $=\frac{1}{2}|F_1F_2|\left|\sqrt{3}-(-3\sqrt{3})\right|=4\sqrt{3}$. ……………………………………………6 分（2）

【证明】设 $M(x,y)$ 且 $x,y>0$，$Q(0,y_0)$，$c=\sqrt{a^2-b^2}$，由题设知：$F_1(-c,0)$，$F_2(c,0)$.

由 $M,F_2,Q\in l$ 知 $\overrightarrow{F_2M}//\overrightarrow{F_2Q}$，$\overrightarrow{F_2M}=(x-c,y)$，$\overrightarrow{F_2Q}=(-c,y_0)$，则有 $y_0(x-c)=-cy$；

由 $F_1M\perp F_1Q$ 知 $\overrightarrow{F_1M}\perp\overrightarrow{F_1Q}$，$\overrightarrow{F_1M}=(x+c,y)$，$\overrightarrow{F_1Q}=(c,y_0)$，则有 $c(x+c)+y_0y=0$；

$\therefore$两式联立消去 y_0 点得 $M(x,y)$ 满足 $(x+c)(x-c)=y^2$，即 $x^2-y^2=c^2$； ……………9 分

又点 M 在椭圆 C 上，即有 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$， 即 $b^2x^2+a^2y^2=a^2b^2$，

$\therefore$两式联立得 $x^2=\frac{a^4}{a^2+b^2}$，$y^2=\frac{b^4}{a^2+b^2}$； 又 $a^2+b^2=4$，即 $x=\frac{a^2}{2}$，$y=\frac{b^2}{2}$………11 分

$\therefore$点 $M(x,y)$ 满足 $x+y=\frac{a^2+b^2}{2}$，即点 M 在定直线 $x+y=2$ 上. ……………………………12 分

21．【解】（1）①由题设知：$h'(x)=f'(x)-g'(x)=e^x-m$，$h'(0)=1-m$，$h(0)=1-n$，

得 $\frac{1-n-0}{0-1}=h'(0)=1-m$，即 $m+n=2$． ……………………………………3 分

②由题设知：$h'(x)=e^x-m$ 是增函数，且 $h'(-1)=e^{-1}-m$，$h(-1)=e^{-1}+m$；

（i）当 $h'(-1)\geq 0$ 即 $m\leq e^{-1}$ 时，$x\in(-1,+\infty)$ 恒有 $h'(x)>0$ 知 $h(x)$ 是增函数，此时

只需 $h(-1)\geq 0$ 即 $m\geq -e^{-1}$，得 $-e^{-1}\leq m\leq e^{-1}$. ……………………………………5 分

（ii）当 $h'(-1)<0$ 即 $m>e^{-1}$ 时，有 $h'(\ln m)=0$ 知：

$x\in(-1,\ln m)$ 时 $h'(x)<0$，$h(x)$ 递减，$x\in(\ln m,+\infty)$ 时有 $h'(x)>0$，$h(x)$ 递增；

由 $h(0)=1>0$ 知此时

需 $[h(x)]_{\min}=h(\ln m)=m-m\ln m>0$ 即 $m<e$，得 $e^{-1}<m<e$. ………………7 分

由上述知：$-e^{-1}\leq m<e$……………………………………………………8 分

（2）由题设知：$r(x)=e^{-x}+\frac{4x}{x+4}$，得“$x\geq 0$ 时 $r(x)\geq 1$”等价“$x\geq 0$ 时 $\frac{(4-3x)e^x}{x+4}\leq 1$”

设 $u(x)=\dfrac{(4-3x)e^x}{x+4}$，当 $x\ge 0$ 时有 $u'(x)=\dfrac{-3x^2-8x}{(x+4)^2}\le 0$，即 $u(x)$ 在 $x\ge 0$ 时为减函数.

得 $u(x)\le u(0)=1$，即 $u(x)=\dfrac{(4-3x)e^x}{x+4}\le 1$.

也即 $1-\dfrac{4x}{x+4}=\dfrac{4-3x}{x+4}\le e^{-x}$，故命题得证明. ……………………………12 分

22. 【解】（1）由题设知：$\rho=2\sqrt{3}\cos\theta-2\sin\theta$，得 $\rho^2=\rho\,(2\sqrt{3}\cos\theta-2\sin\theta)$

∴曲线 C 的直角坐标方程为 $x^2+y^2=2\sqrt{3}x-2y$，

即 $(x-\sqrt{3})^2+(y-1)^2=4$. ………………………………………5 分

（2）由（1）题设知：曲线 C 是以 $(\sqrt{3},1)$ 为圆心，2 为半径的圆. 则直线 l 过圆心 .

又由点 $P(x,y)$ 在直线 l 与曲线面上知：$x=\sqrt{3}-\dfrac{\sqrt{3}}{2}t\,,\ y=1+\dfrac{1}{2}t\,,\ t\in[-2\,,2]$.

∴ $\mu=\sqrt{3}x+y=4-t\in[2\,,6]$. ………………………………………10 分

23. 【解】（1）∵ $f(x)=|2x+3|+|x-1|$. ∴ $f(x)=\begin{cases}-3x-2 & x<-\dfrac{3}{2}\\ x+4 & -\dfrac{3}{2}\le x\le 1\\ 3x+2 & x>1\end{cases}$ ………………2 分

$f(x)>4\Leftrightarrow\begin{cases}x<-\dfrac{3}{2}\\ -3x-2>4\end{cases}$ 或 $\begin{cases}-\dfrac{3}{2}\le x\le 1\\ x+4>4\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x>1\\ 3x+2>4\end{cases}$ $\Leftrightarrow x<-2$ 或 $0<x\le 1$ 或 $x>1$ ……4 分

综上，不等式 $f(x)>4$ 的解集为：$(-\infty,-2)\cup(0,+\infty)$ ……………………5 分

（II）由（1）题设知：$(f(x))_{\min}=\dfrac{5}{2}$ ………………………………………………6 分

又由 $|m+t|+|t-m|\ge|(m+t)-(t-m)|=2|m|$ 知：$[f(x)]_{\min}<2|m|$，即 $\dfrac{5}{4}<|m|$. ………………9 分

∴实数 m 的取值范围是 $(-\infty,-\dfrac{5}{4})\cup(\dfrac{5}{4},+\infty)$. ……………………10 分