珠海二中 2017—2018 学年度第一学期期中考试

高　三　年级　　（文数）试题

考试时间　120　分钟，总分　150　分

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 5 分，满分 60 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．）

1．已知集合 $M=\{x|x\le 4\}$，$N=\{x|y=\log_2 x\}$，则 $M\cap N=$　　（　　）

A．$[4,+\infty)$　　B．$(-\infty,4]$　　C．$(0,4)$　　D．$(0,4]$

2．已知复数 z 满足 $z(1+i)=1-i$，则 $|z|=$　　（　　）

A．i　　B．1　　C．$-i$　　D．-1

3．命题“$\forall x\in R, x^2-4x+4\ge 0$”的否定是　　（　　）

A．$\forall x\in R, x^2-4x+4<0$　　B．$\forall x\notin R, x^2-4x+4<0$

C．$\exists x_0\in R, {x_0}^2-4x_0+4<0$　　D．$\exists x_0\notin R, {x_0}^2-4x_0+4<0$

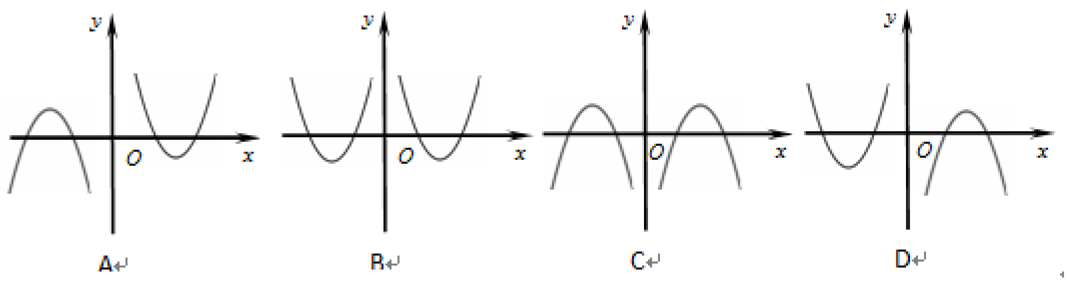
4．已知等比数列 $\{a_n\}$ 的公比为正数，前 n 项和为 S_n，$a_1+a_2=2, a_3+a_4=6$，则 S_8 等于（　　）

A．$81-27\sqrt{3}$　　B．54　　C．3^8-1　　D．80

5．已知平面向量 $\boldsymbol{a}=(1,0)$，$\boldsymbol{b}=(-\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2})$，则 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$ 的夹角为　　（　　）

A．$\frac{\pi}{6}$　　B．$\frac{\pi}{3}$　　C．$\frac{2\pi}{3}$　　D．$\frac{5\pi}{6}$

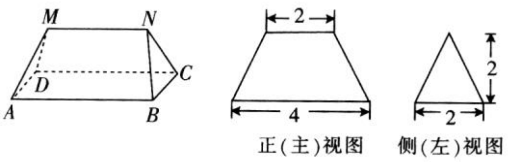
6．函数 $f(x)=(3-x^2)\cdot\ln|x|$ 的大致图象为　　（　　）



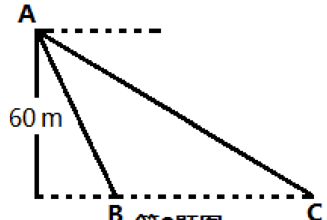
7．多面体 $MN-ABCD$ 的底面 $ABCD$ 为矩形，其正（主）视图和侧（左）视图如图，其中正（主）视图为等腰梯形，侧（左）视图为等腰三角形，则 AM 的长为　　（　　）

A．$\sqrt{3}$　　　　B．$\sqrt{5}$　　　　C．$\sqrt{6}$

D．$2\sqrt{2}$



第 7 题图



第8题图

8. 如图，从气球 A 上测得正前方的河流的两岸 B，C 的俯角分别为 60^{o}，30°，此时气球的高是 $60m$，则河流的宽度 BC 等于　　（ ）

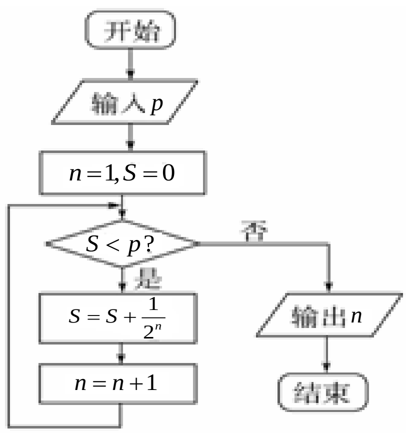
A．$30\sqrt{3}$　　　B．$30(\sqrt{3}-1)$　　　C．$40\sqrt{3}$　　　D．$40(\sqrt{3}-1)$

9．设 a,b 是两条不同的直线，α,β 是两个不同的平面，则下列命题正确的是　　（　　）

A．若 $a//\alpha,b//\beta$，则 $a//b$　　　B．若 $a\subset\alpha,b\subset\beta,a//b$，则 $\alpha//\beta$

C．若 $a//b,b//\alpha,a//\beta$，则 $\alpha//\beta$　　　D．若 $a\perp\alpha,a\perp\beta,b\perp\beta$，则 $b\perp\alpha$

10．执行如图所示的程序框图后，输出的值为 4，则 p 的取值范围是　　（　　）



A．$\frac{3}{4}<p\le\frac{7}{8}$　　　B．$p>\frac{5}{16}$

C．$\frac{7}{8}\le p<\frac{5}{16}$　　　D．$\frac{7}{8}<p\le\frac{5}{16}$

11．设 D 表示不等式组 $\begin{cases}x\le 1\\ y\le x\\ x+y\ge 1\end{cases}$ 所确定的平面区域，在 D 内存在无数个点落在 $y=a$（x+2）上，则 a 的取值范围是　　（　　）

A．**R**　　　B．（$\frac{1}{3}$，1）　　　C．（0，$\frac{1}{3}$）　　　D．（-∞，0]∪[$\frac{1}{3}$，+∞）

12. 设 $f(x)$ 是定义在 **R** 上周期为 2 的函数，且对任意的实数 x，恒有 $f(x)-f(-x)=0$，当 $x\in[0，1]$ 时，$f(x)=-\sqrt{1-x^2}$，则函数 $g(x)=f(x)-e^x+1$ 在区间 $[-2018，2018]$ 上零点的个数为　　（　　）

A．2017　　　B．2018　　　C．4034　　　D．4036

二、填空题（本大题共 4 小题，每小题 5 分，满分 20 分．）

13．已知 $\cos(\frac{\pi}{3}+\alpha)=\frac{1}{3}\ (0<\alpha<\frac{\pi}{2})$，则 $\sin(\pi+\alpha)=$____________.

14．已知矩形 $ABCD$，$AB=2,BC=1$，则 $\overrightarrow{BD}\cdot\overrightarrow{CD}=$________________.

15．已知 x_0 函数 $f(x)=x^3-12x$ 的极小值点，则 $x_0=$________________.

16．“中国剩余定理”又称“孙子定理”．1852 年英国来华传教伟烈亚利将《孙子算经》中“物不知数”问题的解法传至欧洲．1874 年，英国数学家马西森指出此法符合 1801 年由高斯得出的关于同余式解法的一般性定理，因而西方称之为“中国剩余定理”． “中国剩余定理”讲的是一个关于整除的问题，现有这样一个整除问题：将 2 至 2018 这 2017 个数中，能被 3 除余 1 且被 5 除余 1 的数，按由小到大的顺序排成一列，构成数列 $\{a_n\}$，则此数列的项数为________________.

三、解答题（本大题共 6 小题，满分 70 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．第 17~21 题为必考题，每个试题考生都须作答．第 22、23 题为选考题，考生只选其一作答．）

17． （本小题满分 12 分）已知函数 $f(x)=2\cos(\dfrac{\pi}{2}-x)\sin x+(\sin x+\cos x)^2$.

（Ⅰ）求函数 $f(x)$ 的单调递增区间；

（Ⅱ）把 $y=f(x)$ 的图象上所有点的横坐标伸长到原来的 2 倍（纵坐标不变），再把得到的图象向左平移 $\dfrac{\pi}{3}$ 个单位，得到函数 $y=g(x)$ 的图象，求 $g(\dfrac{\pi}{6})$ 的值.

18．（本小题满分 12 分）已知数列 $\{a_n\}$ 与 $\{b_n\}$ 满足 $a_{n+1}-a_n=2(b_{n+1}-b_n)$，$n\in N^*$，$b_n=2n-1$，且 $a_1=2$.

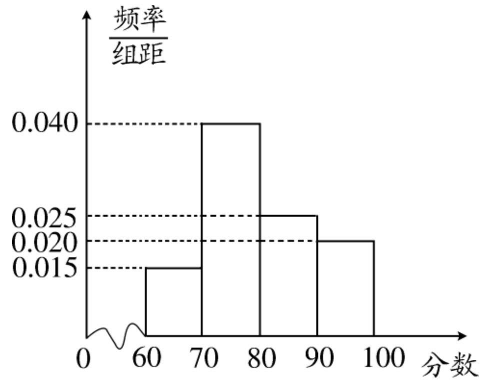
（Ⅰ）求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

（Ⅱ）设 $c_n=\dfrac{{a_n}^n}{{b_n}^{n-1}}$，$T_n$ 为数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和，求 T_n .

19．（本小题满分 12 分）2017 年年底，某商业集团根据相关评分标准，对所属 20 家商业连锁店进行了年度考核评估，并依据考核评估得分（最低分 60 分，最高分 100 分）将这些连锁店分别评定为 A，B，C，D 四个类型，其考核评估标准如下表：

评估得分	[60,70)	[70,80)	[80,90)	[90,100]
评分类型	D	C	B	A

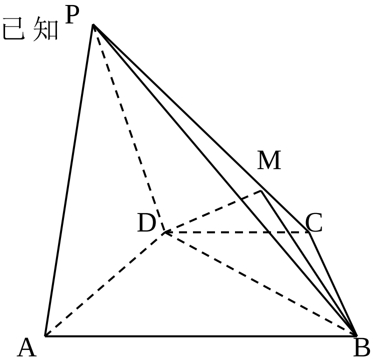
考核评估后，对各连锁店的评估分数进行统计分析，得其频率分布直方图如下：



（Ⅰ）评分类型为 A 的商业连锁店有多少家；

（Ⅱ）现从评分类型为 A，D 的所有商业连锁店中随机抽取两家做分析，求这两家来自同一评分类型的概率.

20．（本小题满分 12 分）如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，平面 $PAD\perp$ 平面 $ABCD$，$AB//CD$，ΔPAD 是等边三角形，已知 $BD=2AD=8$，$AB=2DC=4\sqrt{5}$.



（Ⅰ）设 M 是线段 PC 上的一点，证明：平面 $BDM\perp$ 平面 PAD；

（Ⅱ）求四棱锥 $P-ABCD$ 的体积.

21．（本小题满分 12 分）已知函数 $f(x)=\dfrac{1+a}{x}(a\in\mathbf{R})$.

（Ⅰ） 当 $a=0$ 时，求曲线 $f(x)$ 在 $x=1$ 处的切线方程；

（Ⅱ） 设函数 $h(x)=a\ln x-x-f(x)$，求函数 $h(x)$ 的极值；

（Ⅲ） 若 $g(x)=a\ln x-x$ 在[1，e]（e＝2．718 28⋯）上存在一点 x_0，使得 $g(x_0)\geq f(x_0)$ 成立，求 a 的取值范围.

请考生在第 22、23 题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题记分.

22．（本小题满分 10 分）**选修 4-4：坐标系与参数方程**

已知曲线 C 的极坐标方程为$\rho-4\cos\theta=0$，以极点为原点，极轴为x轴的正半轴建立平面直角坐标系，直线l过点$M\left(1,0\right)$,倾斜角为$\dfrac{\pi}{6}$.

（I）求曲线 C 的直角坐标方程与直线l的标准参数方程；

（II）设直线l与曲线 C 交于 A,B 两点，求$\left|MA\right|+\left|MB\right|$.

23．（本小题满分 10 分）**选修 4-5：不等式选讲**

已知函数 $f(x)=|x+m|+|2x-1|\ (m\in R)$.

（I）当$m=-1$时，求不等式 $f(x)\le 2$ 的解集；

（II）设关于x的不等式 $f(x)\le|2x+1|$ 的解集为A，且$[\dfrac{3}{4},2]\subseteq A$，求实数$m$的取值范围.

珠海市斗门区第一中学 2017－2018 学年度第一学期期中考试

高　三　年级　　（文数）试题

考试时间　120　分钟，总分　150　分，　命题人：　审题人：

注意事项：1．答卷前，考生务必用黑色字迹的钢笔或签字笔将自己的姓名和考生号、考场号、座位号填写在答题卡上．用 2B 铅笔将试卷类型（A）填涂在答题卡相应位置上．将条形码横贴在答题卡右上角“条形码粘贴处”．

2．选择题每小题选出答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目选项的答案信息点涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案，答案不能答在试卷上．

3．非选择题必须用黑色字迹钢笔或签字笔作答，答案必须填写在答题卡各题目指定区域内相应位置上；如需改动，先划掉原来的答案，然后再写上新的答案；不准使用铅笔和涂改液．不按以上要求作答的答案无效．

4．作答选做题时，请先用 2B 铅笔填涂选做题的题号对应的信息点，再作答．漏涂、错涂、多涂的，答案无效．

5．考生必须保持答题卡的整洁．考试结束后，将试卷和答题卡一并交回．

第 I 卷（选择题）

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 5 分，满分 60 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．）

1、已知集合 $M=\{x|x\le 4\}$，$N=\{x|y=\log_2 x\}$，则 $M\cap N=$（　　）D

A．$[4,+\infty)$　　B．$(-\infty,4]$　　C．$(0,4)$　　D．$(0,4]$

2、已知复数 z 满足 $z(1+i)=1-i$，则 $|z|=$（　　）B

A．i　　B．1　　C．$-i$　　D．-1

3、命题“$\forall x\in R,x^2-4x+4\ge 0$”的否定是（　　）C

A．$\forall x\in R,x^2-4x+4<0$　　B．$\forall x\notin R,x^2-4x+4<0$

C．$\exists x_0\in R,{x_0}^2-4x_0+4<0$　　D．$\exists x_0\notin R,{x_0}^2-4x_0+4<0$

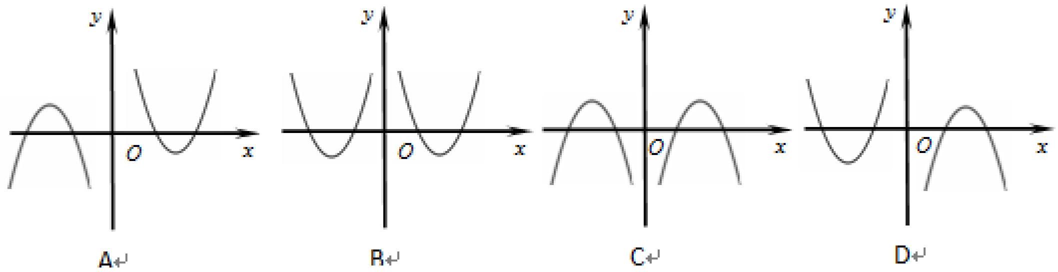
4、已知等比数列$\{a_n\}$的公比为正数，前n项和为S_n，$a_1+a_2=2, a_3+a_4=6$，则S_8等于（　）D

A．$81-27\sqrt{3}$　　B．54　　C．3^8-1　　D．80

5、已知平面向量$\boldsymbol{a}=(1,0)$，$\boldsymbol{b}=(-\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2})$，则$\boldsymbol{a}$与$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$的夹角为（　　）B

A．$\frac{\pi}{6}$　　B．$\frac{\pi}{3}$　　C．$\frac{2\pi}{3}$　　D．$\frac{5\pi}{6}$

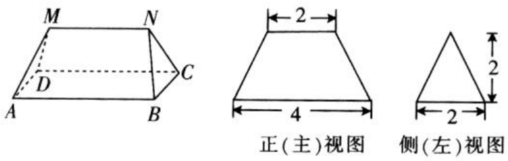
6、函数$f(x)=(3-x^2)\cdot\ln|x|$的大致图象为（　　）C



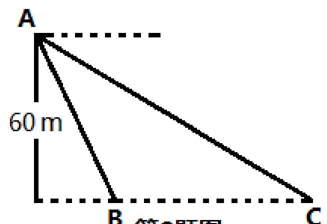
7、多面体$MN-ABCD$的底面$ABCD$为矩形，其正（主）视图和侧（左）视图如图，其中正（主）视图为等腰梯形，侧（左）视图为等腰三角形，则AM的长为（　　）C

A．$\sqrt{3}$　　B．$\sqrt{5}$

C．$\sqrt{6}$　　D．$2\sqrt{2}$



8、如图，从气球A上测得正前方的河流的两岸B，C的俯角分别为60^{o}，30°，此时气球的高是$60m$，则河流的宽度BC等于（　）C



第8题图

A．$30\sqrt{3}$　　B．$30(\sqrt{3}-1)$　　C．$40\sqrt{3}$　　D．$40(\sqrt{3}-1)$

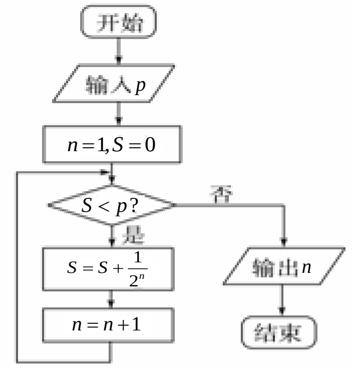
9、设a,b是两条不同的直线，α,β是两个不同的平面，则下列命题正确的是（　　）D

A．若$a//\alpha,b//\beta$，则$a//b$　　B．若$a\subset\alpha,b\subset\beta,a//b$，则$\alpha//\beta$

C．若$a//b,b//\alpha,a//\beta$，则$\alpha//\beta$　　D．若$a\perp\alpha,a\perp\beta,b\perp\beta$，则$b\perp\alpha$

10、执行如图所示的程序框图后，输出的值为4，则p的取值范围是（　　）A

A．$\frac{3}{4}<p\le\frac{7}{8}$　　B．$p>\frac{5}{16}$　　C．$\frac{7}{8}\le p<\frac{5}{16}$　　D．$\frac{7}{8}<p\le\frac{5}{16}$



11、设 D 表示不等式组$\begin{cases}x\le 1\\ y\le x\\ x+y\ge 1\end{cases}$所确定的平面区域，在 D 内存在无数个点落在 $y=a$（$x+2$）上，则 a 的取值范围是（　　）C

A．**R**　　B．（$\frac{1}{3}$，1）　　C．（0，$\frac{1}{3}$）　　D．（－∞，0]∪[$\frac{1}{3}$，+∞）

12、设$f(x)$是定义在 **R** 上周期为 2 的函数，且对任意的实数x，恒有$f(x)-f(-x)=0$，当$x\in[0，1]$时，$f(x)=-\sqrt{1-x^2}$，则函数$g(x)=f(x)-e^x+1$在区间$[-2018，2018]$上零点的个数为（　　）B

A．2017　　B．2018　　C．4034　　D．4036

第 II 卷（非选择题）

二、填空题（本大题共 4 小题，每小题 5 分，满分 20 分．）

13、已知$\cos(\frac{\pi}{3}+\alpha)=\frac{1}{3}$ $(0<\alpha<\frac{\pi}{2})$，则$\sin(\pi+\alpha)=$__________．$\frac{\sqrt{3}-2\sqrt{2}}{6}$

14、已知矩形$ABCD$，$AB=2,BC=1$，则$\overrightarrow{BD}\cdot\overrightarrow{CD}=$_________．4

15、已知x_0是函数$f(x)=x^3-12x$的极小值点，则$x_0=$________________．2

16、“中国剩余定理”又称“孙子定理”．1852 年英国来华传教伟烈亚利将《孙子算经》中“物不知数”问题的解法传至欧洲．1874 年，英国数学家马西森指出此法符合 1801 年由高斯得出的关于同余式解法的一般性定理，因而西方称之为“中国剩余定理”．“中国剩余定理”讲的是一个关于整除的问题，现有这样一个整除问题：将 2 至 2018 这 2017 个数中，能被 3 除余 1 且被 5 除余 1 的数，按由小到大的顺序排成一列，构成数列$\{a_n\}$，则此数列的项数为________________．134

三、解答题（本大题共 6 小题，满分 70 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．第 17~21 题为必考题，每个试题考生都须作答．第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答．）

17、（本小题满分 12 分）已知函数 $f(x)=2\cos(\frac{\pi}{2}-x)\sin x+(\sin x+\cos x)^2$．

（1）求函数 $f(x)$ 的单调递增区间；

（2）把 $y=f(x)$ 的图象上所有点的横坐标伸长到原来的 2 倍（纵坐标不变），再把得到的图象向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位，得到函数 $y=g(x)$ 的图象，求 $g(\frac{\pi}{6})$ 的值．

解：（1） $f(x)=2\cos(\frac{\pi}{2}-x)\sin x+(\sin x+\cos x)^2=\sin 2x-\cos 2x+2$

$=\sqrt{2}\sin(2x-\frac{\pi}{4})+2$ ……3 分

由 $2k\pi-\frac{\pi}{2}\le 2x-\frac{\pi}{4}\le 2k\pi+\frac{\pi}{2}(k\in Z)$，得 $k\pi-\frac{\pi}{8}\le x\le k\pi+\frac{3\pi}{8}(k\in Z)$， ……5 分

所以 $f(x)$ 的单调递增区间是 $\left[k\pi-\frac{\pi}{8},k\pi+\frac{3\pi}{8}\right](k\in Z)$， ……6 分

（2）由（1）知 $f(x)=\sqrt{2}\sin(2x-\frac{\pi}{4})+2$ 把 $y=f(x)$ 的图象上所有点的横坐标伸长到原来的 2 倍（纵坐标不变），得到 $y=\sqrt{2}\sin(x-\frac{\pi}{4})+2$ 的图象，再把得到的图象向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位，得到

$g(x)=\sqrt{2}\sin(x+\frac{\pi}{12})+2$ 的图象， ……10 分

即 $g(x)=\sqrt{2}\sin(x+\frac{\pi}{12})+2$，所以 $g(\frac{\pi}{6})=3$． ……12 分

18、（本小题满分 12 分）已知数列 $\{a_n\}$ 与 $\{b_n\}$ 满足 $a_{n+1}-a_n=2(b_{n+1}-b_n)$，$n\in N^*$，$b_n=2n-1$，且 $a_1=2$．

（Ⅰ）求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

（Ⅱ）设 $c_n=\frac{{a_n}^n}{{b_n}^{n-1}}$，$T_n$ 为数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和，求 T_n．

解：（Ⅰ）因为 $a_{n+1}-a_n=2(b_{n+1}-b_n)$，$b_n=2n-1$，

所以 $a_{n+1}-a_n=2(b_{n+1}-b_n)=2(2n+1-2n+1)=4$， ……2 分

所以$\{a_n\}$是等差数列，首项为$a_1=2$，公差为 4，即$a_n=4n-2$．　　……5 分

（Ⅱ）$c_n=\dfrac{{a_n}^n}{{b_n}^{n-1}}=\dfrac{(4n-2)^n}{(2n-1)^{n-1}}=(2n-1)\cdot 2^n$．　　……6 分

$\therefore T_n=c_1+c_2+c_3+\cdots+c_n=1\cdot 2+3\cdot 2^2+5\cdot 2^3+\cdots+(2n-1)\cdot 2^n$，①

$2T_n=1\cdot 2^2+3\cdot 2^3+5\cdot 2^4+\cdots+(2n-1)\cdot 2^{n+1}$，②　　……8 分

①−②得：

$$-T_n=1\cdot 2+2\cdot 2^2+2\cdot 2^3+\cdots+2\cdot 2^n-(2n-1)\cdot 2^{n+1}=2+2\left[\frac{4(1-2^{n-1})}{1-2}\right]-(2n-1)\cdot 2^{n+1}$$

$=-6-(2n-3)\cdot 2^{n+1}$，　　……11 分

$\therefore T_n=6+(2n-3)\cdot 2^{n+1}$．　　……12 分

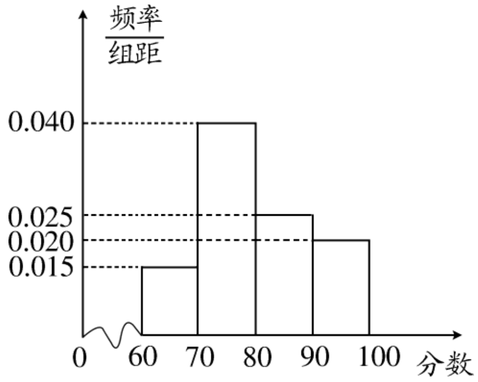
19、（本小题满分 12 分）2017 年年底，某商业集团根据相关评分标准，对所属 20 家商业连锁店进行了年度考核评估，并依据考核评估得分（最低分 60 分，最高分 100 分）将这些连锁店分别评定为 A，B，C，D 四个类型，其考核评估标准如下表：

评估得分	[60,70)	[70,80)	[80,90)	[90,100]
评分类型	D	C	B	A

考核评估后，对各连锁店的评估分数进行统计分析，得其频率分布直方图如下：

（Ⅰ）评分类型为 A 的商业连锁店有多少家；

（Ⅱ）现从评分类型为 A，D 的所有商业连锁店中随机抽取两家做分析，求这两家来自同一评分类型的概率



解：（Ⅰ）评分类型为 A 的商业连锁店所占的频率为0.020？ 10　　0.2，

所以评分类型为 A 的商业连锁店共有0.2？ 20　　4 家；………………… 4 分

（Ⅱ）依题意评分类型为 D 的商业连锁店有 3 家，

设评分类型为 A 的 4 商业连锁店为a_1, a_2, a_3, a_4，

评分类型为 D 的 3 商业连锁店为b_1, b_2, b_3，………………………… 6 分

从评分类型为 A，D 的所有商业连锁店中随机抽取两家的所有可能情况有

$\left(a_1, a_2\right), \left(a_1, a_3\right), \left(a_1, a_4\right), \left(a_1, b_1\right), \left(a_1, b_2\right), \left(a_1, b_3\right), \left(a_2, a_3\right), \left(a_2, a_4\right), \left(a_2, b_1\right)$,

$\left(a_2, b_2\right), \left(a_2, b_3\right), \left(a_3, a_4\right), \left(a_3, b_1\right), \left(a_3, b_2\right), \left(a_3, b_3\right), \left(a_4, b_1\right)$,

$\left(a_4, b_2\right), \left(a_4, b_3\right), \left(b_1, b_2\right), \left(b_1, b_3\right), \left(b_2, b_3\right)$共 21 种，…………………… 10 分

其中满足条件的共有 9 种，……………………… 11 分

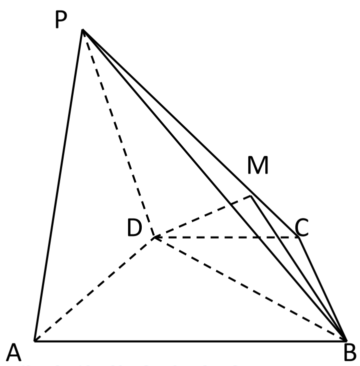
所以这两家来自同一评分类型的概率为$\frac{9}{21} = \frac{3}{7}$. ………………………… 12 分

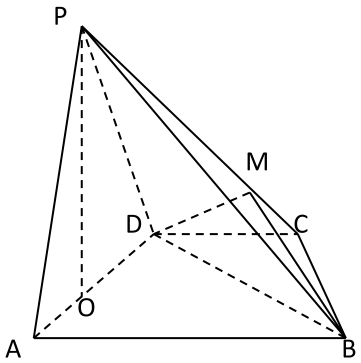
20、（本小题满分 12 分）如图，在四棱锥$P-ABCD$中，平面$PAD \perp$平面$ABCD$，$AB // CD$，

ΔPAD是等边三角形，已知$BD=2AD=8$，$AB=2DC=4\sqrt{5}$.

（Ⅰ）设M是线段PC上的一点，证明：平面$BDM \perp$平面PAD；

（Ⅱ）求四棱锥$P-ABCD$的体积.





（Ⅰ）证明：在$\triangle ABD$中，$AD=4$，$BD=8$，$AB=4\sqrt{5}$，

$\because AD^2+BD^2=AB^2$

$\therefore \angle ADB=90^\circ$,即$AD\perp BD$．………………2 分

又平面$PAD\perp$平面$ABCD$，平面$PAD\cap$平面$ABCD=AD$，

$BD\subset$平面$ABCD$，

$\therefore BD\perp$平面PAD，…………………………………………………………4 分

又$BD\subset$平面MBD，

$\therefore$平面$MBD\perp$平面PAD……………………………………………………………5 分

（Ⅱ）解：过P作$PO\perp AD$交AD于O，

又$\because$平面$PAD\perp$平面$ABCD$，平面$PAD\cap$平面$ABCD=AD$，$PO\subset$平面PAD，

$\therefore PO\perp$平面$ABCD$……………………………………………………………6 分

$\therefore$线段PO为四棱锥$P-ABCD$的高，……………………………………………8 分

在四边形$ABCD$中，$\because AB\,//\,DC$，$AB=2DC$，

$\therefore$四边形$ABCD$是梯形，在$\mathrm{Rt}\triangle ADB$中，斜边AB边上的高为$\dfrac{4\times 8}{4\sqrt{5}}=\dfrac{8\sqrt{5}}{5}$，

即梯形$ABCD$的高为$\dfrac{8\sqrt{5}}{5}$，………………………………………………10 分

$\therefore$梯形$ABCD$的面积为$S=\dfrac{2\sqrt{5}+4\sqrt{5}}{2}\times\dfrac{8\sqrt{5}}{5}=24$ ………………………………11 分

$\therefore V_{P-ABCD}=\dfrac{1}{3}\times 24\times 2\sqrt{3}=16\sqrt{3}$．………………………………………………12 分

21、（本小题满分 12 分）已知函数$f(x)=\dfrac{1+a}{x}(a\in\mathbf{R})$．

（Ⅰ） 当a=0 时，求曲线f（x）在x =1 处的切线方程；

（Ⅱ） 设函数$h(x)=a\ln x-x-f(x)$，求函数h（x）的极值；

(Ⅲ) 若$g(x)=a\ln x-x$在[1，e]（e=2．718 28…）上存在一点x_0，使得$g(x_0)\geq f(x_0)$成立，求a的取值范围．

解：（Ⅰ） 当a=0 时，f（x） $=\dfrac{1}{x}$，f（1） =1，则切点为（1，1），………………………1 分

$\because\ f'(x)=-\dfrac{1}{x^2}$，∴切线的斜率为$k=f'(1)=-1$，　……………………………………2 分

∴曲线 f（x）在点（1, 1）处的切线方程为 $y-1=-(x-1)$，即 $x+y-2=0$…………………3 分

（Ⅱ）依题意 $h(x)=a\ln x-x-\dfrac{1+a}{x}$，定义域为（0, +∞），

$\therefore h'(x)=\dfrac{a}{x}-1+\dfrac{1+a}{x^2}=-\dfrac{x^2-ax-(1+a)}{x^2}=-\dfrac{(x+1)[x-(1+a)]}{x^2}$，　……………………4 分

①当 $a+1>0$，即 $a>-1$ 时，令 $h'(x)>0$，∵$x>0$，∴$0<x<1+a$,

此时，h（x）在区间（0, $a+1$）上单调递增

令 $h'(x)<0$，得 $x>1+a$.

此时，h（x）在区间（$a+1$,+∞）上单调递减．　……………………………………5 分

②当 $a+1\le 0$，即 $a\le -1$ 时，$h'(x)<0$ 恒成立，h（x）在区间（0,+∞）上单调递减．　………6 分

综上，当 $a>-1$ 时，h（x）在 $x=1+a$ 处取得极大值 h（$1+a$）$=a\ln(1+a)-a-2$，无极小值；

当 $a\le -1$ 时，h（x）在区间（0,+∞）上无极值．　………………………………………7 分

（Ⅲ）依题意知，在[1, e]上存在一点 x_0，使得 $g(x_0)\ge f(x_0)$ 成立,

即在[1, e]上存在一点 x_0，使得 h（x_0）≥ 0，

故函数 $h(x)=a\ln x-x-\dfrac{1+a}{x}$ 在[1, e]上，有 h（x）$_{max}\ge 0$．　………………………………8 分

由（Ⅱ）可知，①当 $a+1\ge e$, 即 $a\ge e-1$ 时，h（x）在[1, e]上单调递增，

$\therefore h(x)_{max}=h(e)=a-e-\dfrac{1+a}{e}\ge 0$, $\therefore a\ge\dfrac{e^2+1}{e-1}$,

$\because \dfrac{e^2+1}{e-1}>e-1$，$\therefore a\ge\dfrac{e^2+1}{e-1}$.　……………………………………………………9 分

②当 $0<a+1\le 1$，或 $a\le -1$，即 $a\le 0$ 时，h（x）在[1, e]上单调递减，

$\therefore h(x)_{max}=h(1)=-1-1-a\ge 0$，∴$a\le -2$.　……………………………………………10 分

③当 $1<a+1<e$，即 $0<a<e-1$ 时，

由（Ⅱ）可知，h（x）在 $x=1+a$ 处取得极大值也是区间（0, +∞）上的最大值，

即 h（x）$_{max}=h$（$1+a$）$=a\ln(1+a)-a-2=a[\ln(1+a)-1]-2$，

∵$0<\ln(a+1)<1$，∴h（$1+a$）<0 在[1, e]上恒成立，

此时不存在 x_0 使 h（x_0）≥ 0 成立．……………………………………………………………11 分

综上可得，所求 a 的取值范围是 $a\ge\dfrac{e^2+1}{e-1}$ 或 $a\le -2$.　……………………………………12 分

请考生在第 22、23 题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题记分．

22、（本小题满分 10 分）**选修 4-4：坐标系与参数方程**

已知曲线 C 的极坐标方程为 $\rho-4\cos\theta=0$，以极点为原点，极轴为 x 轴的正半轴建立平面直角坐标系，直线 l 过点 $M(1,0)$,倾斜角为 $\frac{\pi}{6}$.

（1）求曲线 C 的直角坐标方程与直线 l 的标准参数方程；

（2）设直线 l 与曲线 C 交于 A,B 两点，求 $|MA|+|MB|$.

解：（1）对于 C：由 $\rho=4\cos\theta$ 得 $\rho^2=4\rho\cos\theta,\therefore x^2+y^2=4x$　……2 分

对于 l：有 $\begin{cases} x=1+\dfrac{\sqrt{3}}{2}t \\ y=\dfrac{1}{2}t \end{cases}$ $(t$为参数$)$　……4 分

（2）设 A,B 两点对应的参数分别为 t_1,t_2

将直线 l 的参数方程代入圆的直角坐标方程 $x^2+y^2-4x=0$

得 $\left(1+\dfrac{\sqrt{3}}{2}t\right)^2+\dfrac{1}{4}t^2-4\left(1+\dfrac{\sqrt{3}}{2}t\right)=0$

化简得 $t^2-\sqrt{3}t-3=0$　……6 分

$\therefore t_1+t_2=\sqrt{3},t_1t_2=-3$

$\therefore |MA|+|MB|=|t_1|+|t_2|=|t_1-t_2|=\sqrt{(t_1+t_2)^2-4t_1t_2}=\sqrt{15}$　……10 分

23、（本小题满分 12 分）**选修 4-5：不等式选讲**

已知函数 $f(x)=|x+m|+|2x-1|\ (m\in R)$.

（I）当 $m=-1$ 时，求不等式 $f(x)\le 2$ 的解集；

（II）设关于 x 的不等式 $f(x)\le|2x+1|$ 的解集为 A，且 $[\frac{3}{4},2]\subseteq A$，求实数 m 的取值范围.

解：（I）当 $m=-1$ 时，$f(x)=|x-1|+|2x-1|$，

$f(x)\le 2\Rightarrow |x-1|+|2x-1|\le 2$，

上述不等式可化为$\begin{cases} x \le \dfrac{1}{2} \\ 1-x+1-2x \le 2 \end{cases}$或$\begin{cases} \dfrac{1}{2} < x < 1 \\ 1-x+2x-1 \le 2 \end{cases}$或$\begin{cases} x \ge 1 \\ x-1+2x-1 \le 2 \end{cases}$

解得$\begin{cases} x \le \dfrac{1}{2} \\ x \ge 0 \end{cases}$或$\begin{cases} \dfrac{1}{2} < x < 1 \\ x \le 2 \end{cases}$或$\begin{cases} x \ge 1 \\ x \le \dfrac{4}{3} \end{cases}$ ……………………………………3 分

$\therefore 0 \le x \le \dfrac{1}{2}$或$\dfrac{1}{2} < x < 1$或$1 \le x \le \dfrac{4}{3}$， …………………… ……………4 分

$\therefore$原不等式的解集为$\{x \mid 0 \le x \le \dfrac{4}{3}\}$. ……………………………………………5 分

（II）$\because$ $f(x) \le |2x+1|$的解集包含$[\dfrac{3}{4}, 2]$，

$\therefore$当$x \in [\dfrac{3}{4}, 2]$时，不等式$f(x) \le |2x+1|$恒成立，…………………………………6 分

即$|x+m|+|2x-1| \le |2x+1|$在$x \in [\dfrac{3}{4}, 2]$上恒成立，

$\therefore |x+m|+2x-1 \le 2x+1$，

即$|x+m| \le 2$，$\therefore -2 \le x+m \le 2$，……………………………………………………7 分

$\therefore -x-2 \le m \le -x+2$在$x \in [\dfrac{3}{4}, 2]$上恒成立，……………………………………8 分

$\therefore (-x-2)_{\max} \le m \le (-x+2)_{\min}$， $\therefore -\dfrac{11}{4} \le m \le 0$，

所以实数m的取值范围是$[-\dfrac{11}{4}, 0]$. …………………………………………………10 分