

海淀区高三年级第一学期期末练习

数 学 (文科)

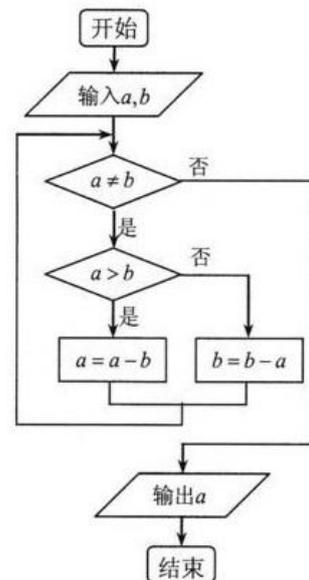
2017.1

学校 _____ 班级 _____ 姓名 _____ 成绩 _____

本试卷共4页,150分。考试时长120分钟。考生务必将答案答在答题卡上,在试卷上作答无效。考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

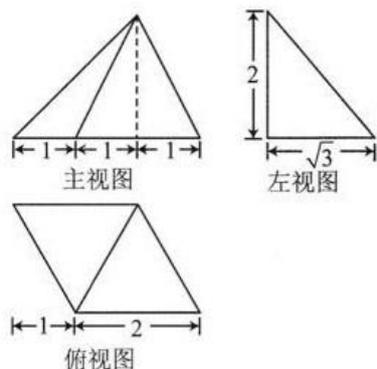
一、选择题共8小题,每小题5分,共40分。在每小题列出的四个选项中,选出符合题目要求的一项。

- 复数 $i(2 - i)$ 在复平面内对应的点的坐标为
A. $(-2, 1)$ B. $(2, -1)$ C. $(1, 2)$ D. $(-1, 2)$
- 抛物线 $y^2 = 2x$ 的焦点到准线的距离为
A. $\frac{1}{2}$ B. 1 C. 2 D. 3
- 下列函数中,既是偶函数又在区间 $(0, +\infty)$ 上单调递增的是
A. $y = (\frac{1}{2})^x$ B. $y = -x^2$ C. $y = \log_2 x$ D. $y = |x| + 1$
- 已知向量 a, b 满足 $a - 2b = 0, (a - b) \cdot b = 2$, 则 $|b| =$
A. $\frac{1}{2}$ B. 1 C. $\sqrt{2}$ D. 2
- 右侧程序框图所示的算法来自于《九章算术》. 若输入 a 的值为 16, b 的值为 24, 则执行该程序框图输出的结果为
A. 6
B. 7
C. 8
D. 9
- 在 $\triangle ABC$ 中, “ $A < 30^\circ$ ” 是 “ $\sin A < \frac{1}{2}$ ” 的
A. 充分而不必要条件
B. 必要而不充分条件
C. 充分必要条件
D. 既不充分也不必要条件



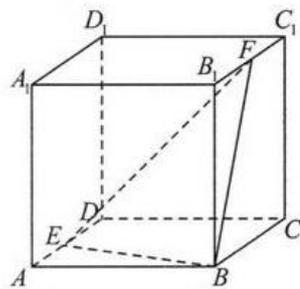
7. 已知某四棱锥的三视图如右图所示, 则该几何体的
体积为

- A. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$
B. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$
C. 2
D. $\frac{5\sqrt{3}}{3}$



8. 如图, 已知正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 1, E, F 分别是棱 AD, B_1C_1 上的动点, 设 $AE = x, B_1F = y$. 若棱 DD_1 与平面 BEF 有公共点, 则 $x + y$ 的取值范围是

- A. $[0, 1]$
B. $[\frac{1}{2}, \frac{3}{2}]$
C. $[1, 2]$
D. $[\frac{3}{2}, 2]$

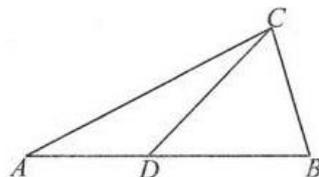


二、填空题共 6 小题, 每小题 5 分, 共 30 分。

9. 已知双曲线 $C: x^2 - \frac{y^2}{4} = 1$, 则双曲线 C 的一条渐近线的方程为_____.
10. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_{n+1} - a_n = 2, n \in \mathbf{N}^*$, 且 $a_3 = 3$, 则 $a_1 =$ _____, 其前 n 项和 $S_n =$ _____.
11. 已知圆 $C: x^2 + y^2 - 2x = 0$, 则圆心 C 的坐标为_____, 圆 C 截直线 $y = x$ 所得的弦长为_____.
12. 已知 x, y 满足 $\begin{cases} 0 \leq x \leq 4, \\ 0 \leq y \leq 3, \\ x + 2y \leq 8, \end{cases}$ 则目标函数 $z = 2x + y$ 的最大值为_____.
13. 如图所示, 点 D 在线段 AB 上, $\angle CAD = 30^\circ, \angle CDB = 50^\circ$. 给出下列三组条件(线段的长度):

- ① AD, DB ; ② AC, DB ; ③ CD, DB .

其中, 能使 $\triangle ABC$ 唯一确定的条件的序号为_____. (写出所有符合要求的条件的序号)



14. 已知A、B两所大学的专业设置都相同(专业数不小于2),数据显示,A大学的各专业的男女生比例均高于B大学的相应专业的男女生比例(男女生比例是指男生人数与女生人数的比). 据此,

甲同学说:“A大学的男女生比例一定高于B大学的男女生比例”;

乙同学说:“A大学的男女生比例不一定高于B大学的男女生比例”;

丙同学说:“两所大学全体学生的男女生比例一定高于B大学的男女生比例”.

其中,说法正确的同学是_____.

三、解答题共6小题,共80分.解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程。

15. (本小题满分13分)

已知数列 $\{a_n\}$ 是各项均为正数的等比数列,且 $a_2 = 1, a_3 + a_4 = 6$.

(I) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(II) 设数列 $\{a_n - n\}$ 的前 n 项和为 S_n ,比较 S_4 和 S_5 的大小,并说明理由.

16. (本小题满分13分)

已知函数 $f(x) = \frac{\sin 2x + 2 \cos^2 x}{\cos x}$.

(I) 求 $f(x)$ 的定义域及 $f(\frac{\pi}{4})$ 的值;

(II) 求 $f(x)$ 在 $(0, \frac{\pi}{2})$ 上的单调递增区间.

17. (本小题满分13分)

诚信是立身之本,道德之基.某校学生会创设了“诚信水站”,既便于学生用水,又推进诚信教育,并用“ $\frac{\text{周实际回收水费}}{\text{周投入成本}}$ ”表示每周“水站诚信度”.为了便于数据分析,以四周为一周期,下表为该水站连续八周(共两个周期)的诚信度数据统计,如表1:

表1

	第一周	第二周	第三周	第四周
第一个周期	95%	98%	92%	88%
第二个周期	94%	94%	83%	80%

- (I) 计算表1中八周水站诚信度的平均数 \bar{x} ;
- (II) 从表1水站诚信度超过91%的数据中,随机抽取2个,求至少有1个数据出现在第二个周期的概率;
- (III) 学生会认为水站诚信度在第二个周期中的后两周出现了滑落,为此学生会举行了“以诚信为本”主题教育活动,并得到活动之后一个周期的水站诚信度数据,如表2:

表2

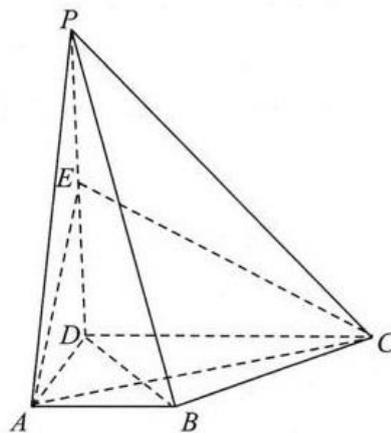
	第一周	第二周	第三周	第四周
第三个周期	85%	92%	95%	96%

请根据提供的数据,判断该主题教育活动是否有效,并根据已有数据说明理由.

18. (本小题满分14分)

如图,在四棱锥 $P-ABCD$ 中, $PD \perp$ 底面 $ABCD$, $AB \parallel DC$, $DC = 2AB$, $AD \perp DC$, E 为棱 PD 的中点.

- (I) 求证: $CD \perp AE$;
- (II) 求证: 平面 $PAB \perp$ 平面 PAD ;
- (III) 试判断 PB 与平面 AEC 是否平行?并说明理由.



19. (本小题满分13分)

已知椭圆 $G: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$, 直线 l 过椭圆 G 的右顶点

$A(2,0)$, 且交椭圆 G 于另一点 C .

- (I) 求椭圆 G 的标准方程;
- (II) 若以 AC 为直径的圆经过椭圆 G 的上顶点 B , 求直线 l 的方程.

20. (本小题满分14分)

已知函数 $f(x) = \frac{\ln x + 1}{x}$.

- (I) 求曲线 $y = f(x)$ 在函数 $f(x)$ 零点处的切线方程;
- (II) 求函数 $y = f(x)$ 的单调区间;
- (III) 若关于 x 的方程 $f(x) = a$ 恰有两个不同的实数根 x_1, x_2 , 且 $x_1 < x_2$,

求证: $x_2 - x_1 > \frac{1}{a} - 1$.