

2018—2019 学年度下学期期中考试

高二数学（文）

考试时间：120 分钟。试卷满分：150 分。

考试范围：【选修 1-2】全册+【选修 4-4】全册

参考公式或数据：

1.  $K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$ .

| $P(K^2 \geq k)$ | 0.15  | 0.10  | 0.05  | 0.025 | 0.010 | 0.005 | 0.001  |
|-----------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|
| $k$             | 2.072 | 2.706 | 3.841 | 5.024 | 6.635 | 7.879 | 10.828 |

2. 回归方程  $\hat{y} = \hat{b}x + \hat{a}$  中,  $\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n \cdot \bar{x} \cdot \bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n \cdot \bar{x}^2}$ ,  $\hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x}$ .

3. 相关指数:  $R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}$ .

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。每题只有一个选项是最符合题意的。

1. 极坐标方程  $2018\cos\theta=1009$  ( $\rho\in\mathbf{R}$ ) 表示的曲线是
- A. 两条相交直线      B. 两条射线      C.  $\frac{1}{2}$       D.  $-\frac{1}{2}\cdot i$
2. i 是虚数单位，则  $\frac{-i}{1+i}$  的虚部是
- A.  $\frac{1}{2}\cdot i$       B.  $-\frac{1}{2}$       C.  $\frac{1}{2}$       D.  $-\frac{1}{2}\cdot i$

3. 四名同学根据各自的样本数据研究变量  $x, y$  之间的相关关系，并求得回归直线方程，分别得到以下四个结论：

- ①y 与 x 负相关，且  $\hat{y}=20.18x-1$ ；
- ②y 与 x 负相关，且  $\hat{y}=-20.18x+1$ ；
- ③y 与 x 正相关，且  $\hat{y}=20.18x+1$ ；
- ④y 与 x 正相关，且  $\hat{y}=-20.18x-1$ .
- 其中一定不正确的结论的序号是

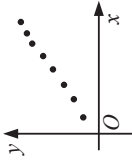
- A. ①②      B. ②③      C. ③④      D. ①④

4. 与参数方程  $\begin{cases} x=\tan t, \\ y=1-\tan^2 t \end{cases}$  等价的普通方程为

- A.  $x^2+y+1=0, x\in[-1, 1], y\in[0, 1]$
- B.  $x^2+y-1=0, x\in[0, +\infty), y\in(-\infty, 1]$
- C.  $x^2+y-1=0, x\in\mathbf{R}, y\in(-\infty, 1]$
- D.  $x^2+y+1=0, x\in[-1, 1], y\in[0, 1]$

5. 变量  $x, y$  的散点图如图所示，那么  $x, y$  之间的样本相关系数  $r$  最接近的值为

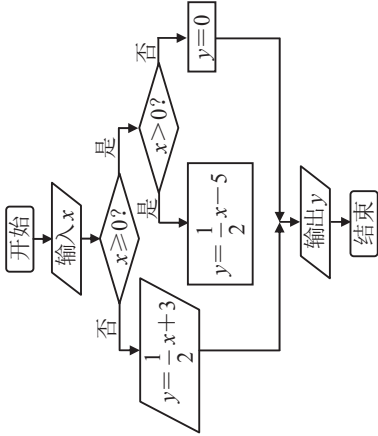
- A. 1
- B.  $-0.5$
- C. 0
- D. 0.5



6. 把圆  $\rho=2\sin\theta$  绕极点按顺时针方向旋转  $\frac{\pi}{4}$  而得圆的极坐标方程为

- A.  $\rho=2\sin(\theta-\frac{\pi}{4})$
- B.  $\rho=2\cos(\theta+\frac{\pi}{4})$
- C.  $\rho=2\cos(\theta-\frac{\pi}{4})$
- D.  $\rho=2\sin(\theta+\frac{\pi}{4})$

7. 某一算法流程图如右图，输入  $x=-1$ ，则输出结果为



- A.  $\frac{5}{2}$       B. 0      C.  $-\frac{11}{2}$       D.  $-\frac{9}{2}$

8. 集合  $M=\{(x, y) | \begin{cases} x=3\cos\theta, \\ y=3\sin\theta \end{cases} (\theta \text{ 为参数}, 0<\theta<\pi)\}$ ,  $N=\{(x, y) | y=x+b\}$ . 若集

合  $M\cap N=\emptyset$ , 则  $b$  应满足

- A.  $b\leq-3$  或  $b>3\sqrt{2}$
- B.  $0< b\leq 3\sqrt{2}$
- C.  $b\leq 0$  或  $b>3\sqrt{2}$
- D.  $-3< b\leq 3\sqrt{2}$

9. 若点  $P$  的柱坐标为  $(4, \frac{\pi}{3}, \sqrt{3})$ , 则  $P$  到直线  $Oy$  的距离为

- A. 1
- B. 2
- C.  $\sqrt{3}$
- D.  $\sqrt{7}$

10. 执行右图所示的程序框图，如果输入  $n=4$ ，则输出的  $S=$

- A.  $\frac{6}{7}$   
B.  $\frac{3}{7}$   
C.  $\frac{4}{9}$   
D.  $\frac{8}{9}$

11. 观察下列各式： $a+b=1$ ， $a^2+b^2=3$ ， $a^3+b^3=4$ ， $a^4+b^4=7$ ， $a^5+b^5=11$ ， $\cdots$ ，则  $a^{12}+b^{12}=$

- A. 322  
C. 123  
B. 521  
D. 199

12. 已知  $f(x)=\frac{2f(x+1)}{-f(x+1)+2}$ ， $f(1)=1$  ( $x\in\mathbf{N}^*$ )，猜想  $f(x)$  的表达式为

- A.  $f(x)=\frac{4}{2^x+2}$   
C.  $f(x)=\frac{1}{x+1}$   
B.  $f(x)=\frac{2}{x+1}$   
D.  $f(x)=\frac{2}{2x+1}$

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13.  $i$  为虚数单位，设复数  $z_1$ ， $z_2$  在复平面内对应的点关于原点对称，若  $z_1=-20+18i$ ，则  $z_2=$ \_\_\_\_\_.

14. 已知直线的极坐标方程  $2\rho\sin(\theta+\frac{\pi}{4})=2+\sqrt{2}$ ，则极点 to 直线的距离为\_\_\_\_\_.

15. 有人发现，多看手机容易使人变近视，下表是一个调查机构对此现象的调查结果：

|      | 近视 | 不近视 | 总计  |
|------|----|-----|-----|
| 少看手机 | 20 | 38  | 58  |
| 多看手机 | 68 | 42  | 110 |
| 总计   | 88 | 80  | 168 |

则在犯错误的概率不超过\_\_\_\_\_的前提下认为多看手机与人变近视有关系.

16. 点  $P(x,y)$  是曲线  $3x^2+4y^2-6x-8y-5=0$  上的点，则  $z=x+2y$  的最大值和最小值的差是\_\_\_\_\_.

三、解答题：本大题共 6 小题，共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (10 分)

有下列要素：导数实际背景、导数意义、导数几何意义、导函数、基本导数公式、函数四则运算求导法则、复合函数求导法则、求简单函数的导数、导数的应用。  
设计一个结构图，表示这些要素及其关系.

18. (12 分)

求证：如果一个平面和两个平行平面中的一个相交，则必和另一个相交.

19. (12 分)

已知圆  $C_1$  的参数方程为  $\begin{cases} x=2\cos t, \\ y=2\sin t \end{cases}$  ( $t$  为参数)，圆  $C_2$  的参数方程为  $\begin{cases} x=2+2\cos t, \\ y=2\sin t \end{cases}$  ( $t$  为参

数)，在以  $O$  为极点， $x$  轴正半轴为极轴的极坐标系中，分别写出圆  $C_1$ ， $C_2$  的极坐标方程，并求出圆  $C_1$ ， $C_2$  的交点坐标（用极坐标表示）.

20. (12 分)

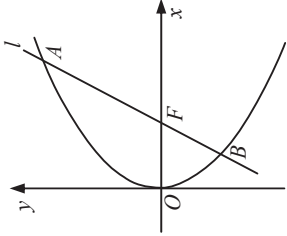
已知复数  $z=\cos\theta+i\sin\theta$  ( $\theta\in\mathbf{R}$ )，求  $|z-i(1-i)^3|$  的最大值.

21. (12 分)

如图，已知直线  $l$  交抛物线于  $A$ ， $B$  两点，其参数方程为  $\begin{cases} x=\frac{p}{2}+t\cos\alpha, \\ y=t\sin\alpha \end{cases}$  ( $t$  为参数， $\alpha\neq0$ )，

抛物线  $y^2=2px$  ( $p>0$ ) 的焦点为  $F$ .

求证： $\frac{1}{|FA|}+\frac{1}{|FB|}$  为定值.



22. (12 分)

某工厂为了对新研发的一种产品进行合理定价，将该产品按事先拟定的价格进行试销，得到如下数据：

|            |    |    |    |    |    |
|------------|----|----|----|----|----|
| 单价 $x$ (元) | 14 | 16 | 18 | 20 | 22 |
| 销量 $y$ (件) | 12 | 10 | 7  | 5  | 3  |

(1) 求回归直线方程  $\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$ .

(2) 利用  $R^2$  刻画回归效果.