

高一数学试题

注意事项:

1. 本试卷共 4 页,全卷满分 150 分,答题时间 120 分钟;
2. 答卷前,考生须准确填写自己的姓名、班级、学号,并认真核准条形码上的姓名、班级、学号;
3. 第 I 卷选择题必须使用 2B 铅笔填涂,第 II 卷非选择题必须使用 0.5 毫米黑色墨水签字笔书写,涂写要工整、清晰;
4. 考试结束后,监考员将答题卡按顺序收回,装袋整理;试题卷不回收.

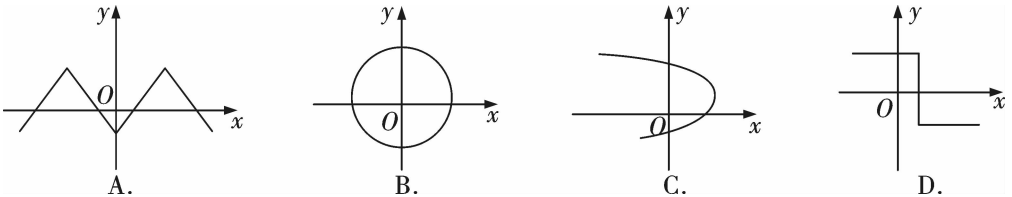
第 I 卷(选择题 共 60 分)

一、选择题(本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分,在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.)

1. 直线 $y = \sqrt{3}x$ 的倾斜角为

- A. 30° B. 45° C. 60° D. 75°

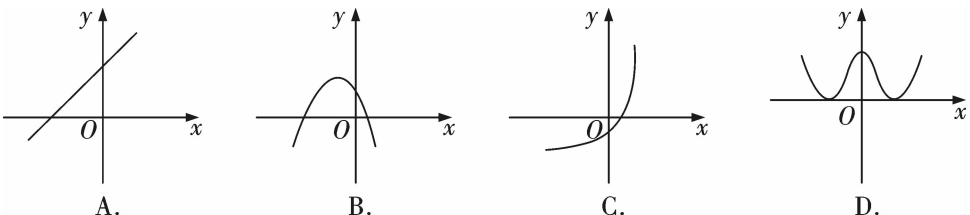
2. 下列图像中,可作为函数 $y = f(x)$ 图像的是



3. 已知圆 C 的圆心为 $(3, 4)$, 半径为 5, 则圆 C 的标准方程是

- A. $x^2 + y^2 = 25$ B. $x^2 + y^2 = 5$
C. $(x - 3)^2 + (y - 4)^2 = 25$ D. $(x + 3)^2 + (y + 4)^2 = 25$

4. 下列函数图像中,不能用二分法求函数零点的是



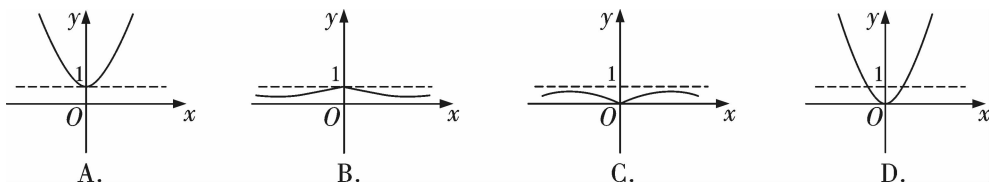
5. 若直线 $l_1: 2x + y - 1 = 0$ 与直线 $l_2: y = kx - 1$ 平行, 则实数 k 的值为

- A. -2 B. 2 C. $\frac{1}{5}$ D. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

6. 下列函数中, 定义域是 \mathbf{R} 且为增函数的是

- A. $y = x^3$ B. $y = 3^{-x}$ C. $y = \ln x$ D. $y = \frac{1}{x}$

7. 函数 $y = (\frac{1}{2})^{|x|}$ 的图像大致是

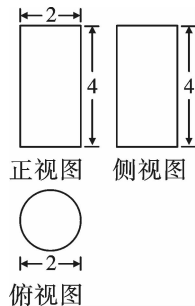


8. 已知函数 $y = f(x)$ 的图像与 $y = a^x (a > 0, a \neq 1)$ 的图像关于直线 $y = x$ 对称, 则下列结论正确的是

- A. $f(x^2) = 2f(x)$ B. $f(2x) = f(x) \cdot f(2)$
 C. $f(\frac{1}{2}x) = f(x) + f(2)$ D. $f(2x) = 2f(x)$

9. 已知某几何体的三视图如图所示, 则该几何体的侧面积是

- A. 10π B. 8π
 C. 6π D. 4π



10. 已知幂函数 $f(x) = (n^2 - n - 1)x^{n-1}$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递减, 则 n 的值为

- A. 2 B. -1
 C. -2 D. -1 或 2

(第9题图)

11. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} 8x - 8, & x \leq 1 \\ x^2 - 6x + 5, & x > 1 \end{cases}$, $g(x) = \ln x$, 则函数 $f(x)$ 的图像与 $g(x)$ 图像的交点个数为

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

12. 设 m, n 是两条不同的直线, α 是一个平面, 则下列说法正确的是

- A. 若 $m \perp n, m \not\subset \alpha$, 则 $n \perp \alpha$ B. 若 $n \parallel \alpha, m \parallel \alpha$, 则 $m \parallel n$
 C. 若 $m \parallel n, m \not\subset \alpha$, 则 $n \parallel \alpha$ D. 若 $n \perp \alpha, m \perp \alpha$, 则 $m \parallel n$

第 II 卷 (非选择题 共 90 分)

二、填空题 (本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分)

13. 设集合 $A = \{x \mid -2 < x < 2\}$, $B = \{-1, 0, 2, 4\}$, 则 $A \cap B =$ _____.

14. 已知 $a = \lg 3$, $b = 2^{\frac{1}{3}}$, 则 a, b 的大小关系为 _____.

15. 设 $f(x)$ 为定义在 \mathbf{R} 上的奇函数, 当 $x \geq 0$ 时, $f(x) = e^x + b$ (b 为常数), 则 $f(-\ln 3) =$ _____.

16. 已知圆 $C_1: x^2 + y^2 - 2x + m = 0$ 与圆 $C_2: (x+3)^2 + (y+3)^2 = 36$ 内切, 且圆 C_1 的半径小于 6, 则直线 $l: 5x + 12y + 8 = 0$ 与圆 C_1 的位置关系为 _____. (填“相离”或“相切”或“相交”)

三、解答题 (本大题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

17. (本小题满分 10 分)

已知直线 l 的一般方程为 $ax + y + 2 - a = 0$ ($a \neq 0$).

(I) 若直线 l 与直线 $l_1: 2x + y - 2 = 0$ 垂直, 求 a 的值;

(II) 若直线 l 在两坐标轴上的截距相等, 求直线 l 的方程.

18. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = (a^2 - 2a + 1)a^x$ 是指数函数.

(I) 求函数 $f(x)$ 的解析式;

(II) 解不等式: $\log_a(1+x) < \log_a(2-x)$.

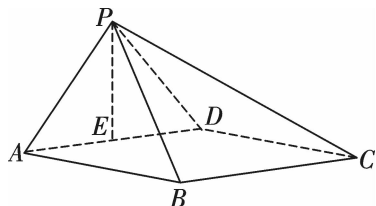
19. (本小题满分 12 分)

如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 为正方形, 平面 PAD

\perp 平面 $ABCD$, $PA \perp PD$, $PA = PD = 1$, E 为 AD 的中点.

(I) 求证: $PE \perp$ 平面 $ABCD$;

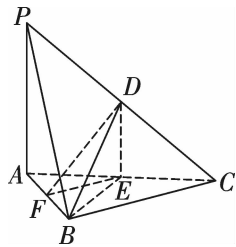
(II) 求四棱锥 $P-ABCD$ 的体积.



(第 19 题图)

20. (本小题满分 12 分)

如图,在三棱锥 $P-ABC$ 中, $PA \perp AC$, D,E,F 分别为棱 PC,AC,AB 的中点,
 $PA=6,BC=8,DF=5$,求证:



(第 20 题图)

(I) $PA \parallel$ 平面 DEF ;

(II) 平面 $BDE \perp$ 平面 ABC .

21. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = 2x^2 - 4x + a, g(x) = \log_a x (a > 0, a \neq 1)$.

(I) 若函数 $f(x)$ 在区间 $[-1, m]$ 上不具有单调性,求实数 m 的取值范围;

(II) 若 $f(1) = g(1)$, 设 $t_1 = \frac{1}{2}f(x), t_2 = g(x)$, 当 $x \in (0, 1)$ 时, 试比较 t_1, t_2 的大小.

22. (本小题满分 12 分)

已知圆 $C: (x+1)^2 + y^2 = r^2 (r > 0)$ 被 y 轴截得的弦长为 $2\sqrt{2}$, O 为坐标原点.

(I) 求圆 C 的标准方程;

(II) 过直线 $l: y = x - 3$ 上一点 P 作圆 C 的切线 PQ, Q 为切点, 当切线长 $|PQ|$ 最短时, 求点 P 的坐标.

子洲中学 2018 ~ 2019 学年度第一学期期末考试

高一数学试题参考答案及评分标准

一、选择题(本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分,在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.)

1. C 2. A 3. C 4. D 5. A 6. A 7. B 8. A 9. B 10. B 11. C 12. D

二、填空题(本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分)

13. $\{0, -1\}$ 14. $b > a$ 15. -2 16. 相切

三、解答题(本大题共 6 小题,共 70 分,解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

17. 解:(I) \because 直线 l 与直线 $l_1: 2x + y - 2 = 0$ 垂直,

$$\therefore -a \times (-2) = -1, \text{解得 } a = -\frac{1}{2}. \dots\dots\dots (5 \text{ 分})$$

(II) 当 $x = 0$ 时, 直线 l 在 y 轴上的截距为 $a - 2$,

当 $y = 0$ 时, 直线 l 在 x 轴上的截距为 $\frac{a-2}{a}$,

$$\therefore a - 2 = \frac{a-2}{a}, \text{解得 } a = 1 \text{ 或 } a = 2,$$

$$\therefore \text{直线 } l \text{ 的方程为 } x + y + 1 = 0 \text{ 或 } 2x + y = 0. \dots\dots\dots (10 \text{ 分})$$

18. 解:(I) 由题知, $a^2 - 2a + 1 = 1$, 可得 $a = 2$ 或 $a = 0$ (舍去),

$$\therefore f(x) = 2^x. \dots\dots\dots (6 \text{ 分})$$

(II) 不等式: $\log_a(1+x) < \log_a(2-x)$, 即 $\log_2(1+x) < \log_2(2-x)$,

$$\therefore 2-x > 1+x > 0, \text{解得 } -1 < x < \frac{1}{2},$$

$$\therefore \text{不等式 } \log_a(1+x) < \log_a(2-x) \text{ 的解集为 } \{x \mid -1 < x < \frac{1}{2}\}. \dots\dots\dots (12 \text{ 分})$$

19. 解:(I) $\because PA = PD, E$ 为 AD 的中点, $\therefore PE \perp AD$.

又平面 $PAD \perp$ 平面 $ABCD$, 平面 $PAD \cap$ 平面 $ABCD = AD, PE \not\subset$ 平面 PAD .

$$\therefore PE \perp \text{平面 } ABCD. \dots\dots\dots (6 \text{ 分})$$

$$(II) \because PA \perp PD, PA = PD = 1, \therefore AD = \sqrt{2}, PE = \frac{\sqrt{2}}{2},$$

由 (I) 知, $PE \perp$ 平面 $ABCD, \therefore PE$ 为四棱锥 $P-ABCD$ 的高,

$$\therefore V_{P-ABCD} = \frac{1}{3} S_{\text{正方形}ABCD} \cdot PE = \frac{1}{3} \times \sqrt{2} \times \sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{3}. \dots\dots\dots (12 \text{ 分})$$

20. 证明:(I) $\because D, E$ 分别为 PC, AC 的中点, $\therefore DE \parallel PA$,

又 $\because PA \not\subset$ 平面 $DEF, DE \subset$ 平面 DEF ,

$$\therefore PA \parallel \text{平面 } DEF. \dots\dots\dots (6 \text{ 分})$$

$$(II) \because D, E \text{ 分别为 } PC, AC \text{ 的中点}, \therefore DE = \frac{1}{2} PA = 3,$$

$$\text{又} \because E, F \text{ 分别为 } AC, AB \text{ 的中点}, \therefore EF = \frac{1}{2} BC = 4,$$

$\therefore DE^2 + EF^2 = DF^2, \therefore \angle DEF = 90^\circ, \therefore DE \perp EF,$

$\therefore DE \parallel PA, PA \perp AC, \therefore DE \perp AC,$

$\therefore AC \cap EF = E, \therefore DE \perp \text{平面 } ABC,$

$\therefore DE \not\subset \text{平面 } BDE, \therefore \text{平面 } BDE \perp \text{平面 } ABC. \dots\dots\dots (12 \text{分})$

21. 解:(I) \therefore 函数 $f(x) = 2x^2 - 4x + a$ 的图像开口向上, 对称轴为 $x = 1,$

\therefore 函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, 1]$ 上单调递减, 在 $[1, +\infty)$ 上单调递增,

\therefore 函数 $f(x)$ 在区间 $[-1, m]$ 上不单调,

$\therefore m > 1,$

\therefore 实数 m 的取值范围为 $(1, +\infty). \dots\dots\dots (6 \text{分})$

(II) $\therefore f(1) = g(1), \therefore -2 + a = 0,$ 得 $a = 2,$

$\therefore t_1 = \frac{1}{2}f(x) = x^2 - 2x + 1 = (x - 1)^2, t_2 = g(x) = \log_2 x,$

\therefore 当 $x \in (0, 1)$ 时, $t_1 \in (0, 1), t_2 \in (-\infty, 0),$

$\therefore t_2 < t_1. \dots\dots\dots (12 \text{分})$

22. 解:(I) 由题意可知, 圆心 C 在 x 轴上, $OC \perp y$ 轴,

设 y 轴与圆 C 交于 A, B 两点, 则 $|OA| = \sqrt{2}, |OC| = 1, |AC| = r,$

$\therefore \triangle AOC$ 为直角三角形, $\therefore |OA|^2 + |OC|^2 = |AC|^2,$

即 $(\sqrt{2})^2 + 1^2 = r^2, \therefore r = \sqrt{3},$

\therefore 圆 C 的标准方程为 $(x + 1)^2 + y^2 = 3. \dots\dots\dots (6 \text{分})$

(II) $\therefore \triangle PQC$ 为直角三角形, $\therefore |PQ|^2 = |PC|^2 - |QC|^2 = |PC|^2 - 3.$

当 $|PC|$ 最小时, 切线长 $|PQ|$ 最短,

显然当 $PC \perp l$ 时, $|PC|$ 最小,

$\therefore k_{PC} = -1,$ 又 $C(-1, 0), \therefore$ 直线 $PC: y = -(x + 1),$ 即 $y = -x - 1.$

由 $\begin{cases} y = -x - 1 \\ y = x - 3 \end{cases},$ 解得 $\begin{cases} x = 1 \\ y = -2 \end{cases},$

\therefore 点 P 的坐标为 $(1, -2). \dots\dots\dots (12 \text{分})$